

## ΛΥΣΗ

α) Το  $P(x) = -x^3 - 4x^2 - x + 6$  έχει άθροισμα συντελεστών ίσο με το 0, οπότε έχει ρίζα το 1.

Το σχήμα Horner για τη διαίρεση  $P(x) : (x-1)$  φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

|    |    |    |    |   |
|----|----|----|----|---|
| -1 | -4 | -1 | 6  | 1 |
|    | -1 | -5 | -6 |   |
| -1 | -5 | -6 | 0  |   |

Συνεπώς η ανίσωση  $P(x) < 0$  γίνεται ισοδύναμα  $(x-1)(-x^2 - 5x - 6) < 0$ .

Ο πίνακας προσήμου του  $(x-1)(-x^2 - 5x - 6)$  φαίνεται στον παρακάτω πίνακα προσήμων

| x                      | $-\infty$ | -3 | -2 | 1 | $+\infty$ |
|------------------------|-----------|----|----|---|-----------|
| $x-1$                  | -         | -  | -  | + | +         |
| $-x^2 - 5x - 6$        | -         | +  | -  | - | -         |
| $(x-1)(-x^2 - 5x - 6)$ | +         | -  | +  | - | -         |

Συνεπώς η ανίσωση  $P(x) < 0$  αληθεύει για κάθε  $x \in (-3, -2) \cup (1, +\infty)$ .

β) Με βάση το α) ερώτημα, η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης  $P(x)$  θα πρέπει να είναι κάτω από τον άξονα  $xx'$ , για κάθε  $x \in (-3, -2) \cup (1, +\infty)$ . Το μόνο από τα δοσμένα σχήματα που ικανοποιεί αυτήν την απαίτηση είναι το γ.

Εναλλακτικά, αφού  $P(0) = 6$  θα πρέπει η γραφική παράσταση να διέρχεται από το σημείο  $(0, 6)$  και το μόνο σχήμα που ικανοποιεί αυτήν την απαίτηση είναι το γ.

γ) Αν στο σχήμα γ συμπληρώσουμε τη γραφική παράσταση της  $\ln x$  όπως φαίνεται παρακάτω, θα διαπιστώσουμε ότι έχουν ένα μόνο κοινό σημείο με τετμημένη 1, που σημαίνει ότι η εξίσωση  $P(x) = \ln x$  έχει μοναδική λύση την  $x = 1$ .

Εναλλακτικά, η εξίσωση  $P(x) = \ln x$  ορίζεται για  $x > 0$ .

Για  $x > 1$  έχουμε ότι  $P(x) < 0 < \ln x$  που σημαίνει ότι η εξίσωση  $P(x) = \ln x$  δεν έχει ρίζα στο  $(1, +\infty)$ .

Επίσης για  $0 < x < 1$  έχουμε ότι  $\ln x < 0 < P(x)$  που σημαίνει ότι η εξίσωση  $P(x) = \ln x$  δεν έχει ρίζα στο  $(0, 1)$ .

Τέλος  $P(1) = \ln 1 = 0$  που σημαίνει ότι η εξίσωση  $P(x) = \ln x$  έχει μοναδική λύση την  $x = 1$ .

