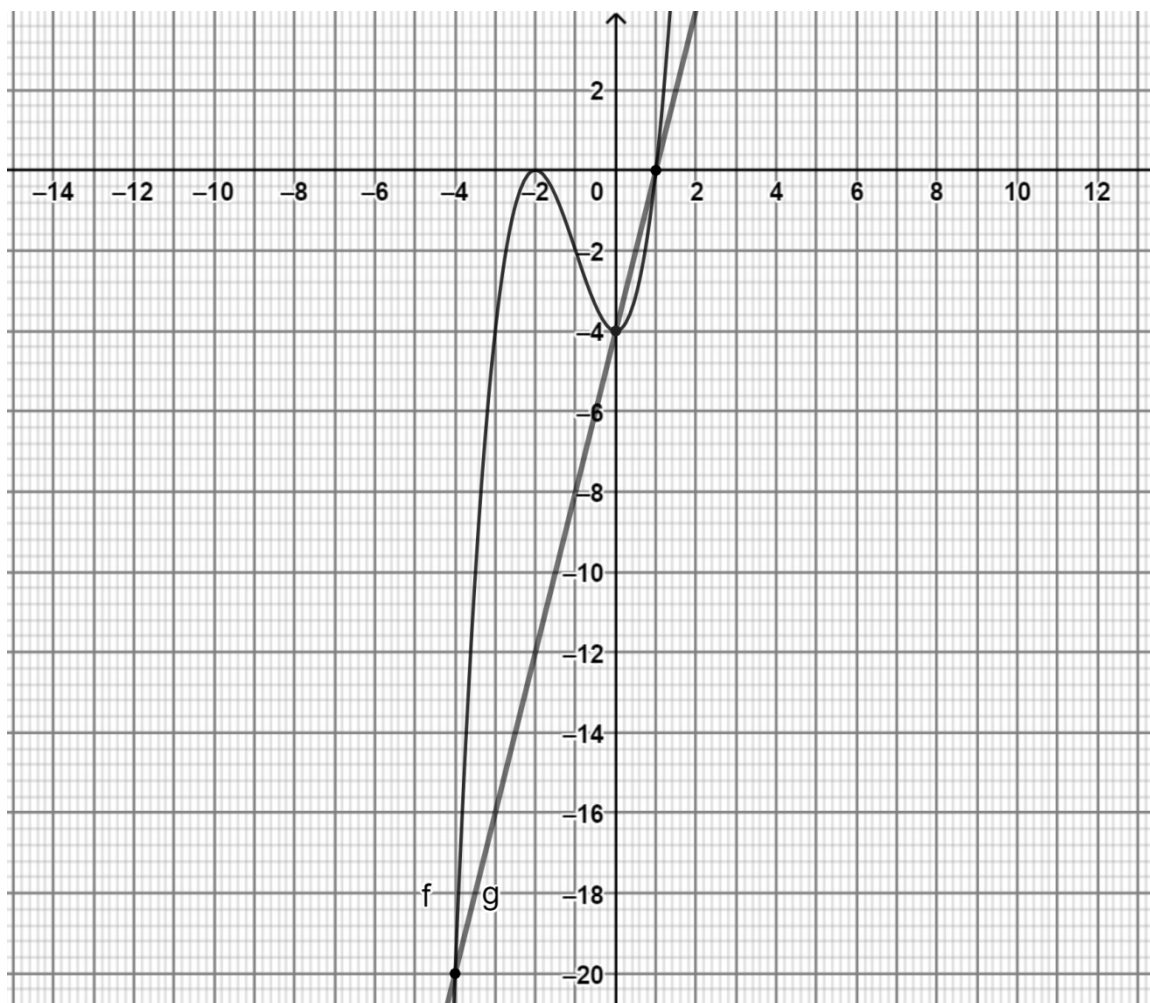


ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση f ορίζεται για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f έχουν ως εξής:

Η f είναι γνησίως αύξουσα για $x \in (-\infty, -2]$ και για $x \in [0, +\infty)$.

Η f είναι γνησίως φθίνουσα για $x \in [-2, 0]$.



β) Γραφική λύση:

Οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 4x - 4$ είναι οι τετμημένες των κοινών σημείων των C_f και C_g .

Από το σχήμα παρατηρούμε πως οι γραφικές παραστάσεις τέμνονται στα σημεία $(-4, -20)$, $(0, -4)$ και $(1, 0)$ δηλαδή στα σημεία με τετμημένες -4 , 0 και 1 .

Άρα, η εξίσωση έχει λύσεις τους αριθμούς -4 , 0 και 1 .

Αλγεβρική λύση:

Οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = g(x)$ προκύπτουν από τις λύσεις της παρακάτω εξίσωσης

$$x^3 + 3x^2 - 4 = 4x - 4 .$$

Η εξίσωση ορίζεται για $x \in \mathbb{R}$.

$$x^3 + 3x^2 - 4 = 4x - 4 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 3x - 4)x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x^2 + 3x - 4 = 0 \text{ ή ισοδύναμα } x = -4 \text{ ή } x = 1$$

Άρα, οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$ είναι οι αριθμοί $-4, 0$ και 1 .

γ) Αλγεβρικά η ανίσωση λύνεται ως εξής:

$$g(x) < f(x) \Leftrightarrow 4x - 4 < x^3 + 3x^2 - 4 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4x > 0 \Leftrightarrow$$

$$(x^2 + 3x - 4)x > 0.$$

Το πρόσημο του γινομένου φαίνεται στον παρακάτω πίνακα πρόσημων:

x	$-\infty \quad -4 \quad 0 \quad 1 \quad +\infty$						
x	-		-	0	+	+	
$x^2 + 3x - 4$	+	0	-		-	0	+
$x(x^2 + 3x - 4)$	-	0	+	0	-	0	+

Άρα, το γινόμενο γίνεται θετικό για $x \in (-4, 0) \cup (1, +\infty)$.