

ΘΕΜΑ 1°

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[\pi, 2\pi]$.
- ii. Η ανίσωση $\sin x \leq -1$ είναι αδύνατη
- iii. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^4 + 2x^2 + 3$ αποκλείεται να τέμνει τον άξονα $x'x$
- iv. Η συνάρτηση $f(x) = \ln x - 1$ έχει πεδίο ορισμού το $(1, +\infty)$
- v. Το πολυώνυμο $\Pi(x) = x^4 + 2x^2 + 3$ διαιρούμενο με $x - 1$ δίνει υπόλοιπο 3

(Μονάδες 10)

B) Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$, αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν $P(\rho) = 0$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2° 22002

Δίνεται ότι $\eta\mu 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. Να βρείτε τους ακόλουθους τριγωνομετρικούς αριθμούς, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α) $\sin 72^\circ$

(Μονάδες 8)

β) $\sin 108^\circ$

(Μονάδες 9)

γ) $\eta\mu 162^\circ$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(10^{2x} - 10^x)$

i) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f (Μονάδες 8)

ii) Ναδειχθεί ότι $f(x) = x + \log(10^x - 1)$ (Μονάδες 8)

iii) Ναλυθεί η ανίσωση $f(x) \leq x + \log 4$ (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4° 20647

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - \beta x + 3$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό 2, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τουλάχιστον ένας συντελεστής του δεν είναι ακέραιος.

(Μονάδες 7)

Αν επιπλέον $P(1) = 0$, τότε:

β) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -3$ και $\beta = \frac{21}{2}$.

(Μονάδες 6)

γ) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

(Μονάδες 6)

δ) Να λύσετε την εξίσωση $P(\sin x) = 0$.

(Μονάδες 6)

Ευχόμαστε Καλή Επιτυχία