

ΣΥΜΒΟΥΛΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Α. Προτάσεις οι οποίες απαντώνται συχνά σε προβλήματα εξίσωσης:

1. Δύο αριθμοί έχουν γνωστό άθροισμα, ας το πούμε «α». Αν ο ένας από τους δύο είναι ο x , ο άλλος θα είναι ο « $a-x$ ». Σε μια παράσταση για παράδειγμα, υπάρχουν 100 θεατές, ενήλικοι και παιδιά. Αν είναι x το πλήθος των παιδιών, τότε το πλήθος των ενηλίκων θα είναι ίσο με $(100-x)$.
2. Δύο αριθμοί διαφέρουν κατά γνωστό αριθμό «α». Αν ο ένας είναι ο x , ο άλλος θα συμβολιστεί με $(x+a)$ ή με $(x-a)$, ανάλογα με το αν με x συμβολίσαμε το μικρότερο ή το μεγαλύτερο από τους δύο. Σε ένα ορθογώνιο, του οποίου οι διαστάσεις διαφέρουν κατά 4cm, αν ονομάσουμε x το μήκος του, τότε το πλάτος του θα είναι $(x-4)$. Αν επιλέξουμε να ονομάσουμε x το πλάτος του, τότε το μήκος του θα ήταν $(x+4)$.
3. Ο ένας αριθμός είναι πολ/σιος ή μέρος του άλλου. Ονομάζουμε τον ένα από τους δύο x . Ο άλλος θα είναι (κάτι) επί x . Σε μια συναυλία, τα παιδιά πληρώνουν τα $\frac{2}{3}$ του κανονικού εισιτηρίου. Αν είναι x το κανονικό εισιτήριο, το παιδικό θα είναι $\frac{2x}{3}$.
4. Έχουμε διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς. Αν ο μικρότερος είναι ο « x », οι επόμενοι θα είναι $(x+1)$, $(x+2)$ κ.λ.π.. Αν το πλήθος των διαδοχικών φυσικών είναι περιττός αριθμός, προτιμήστε να ονομάσετε με x τον μεσαίο από αυτούς. Οι 5 διαδοχικοί θα είναι: $x-2$, $x-1$, x , $x+1$, $x+2$.

Β. Τρόπος για να λύσετε πρόβλημα με εξίσωση.

Πρώτα πρέπει να αποφασίσουμε τι θα ορίσουμε σαν άγνωστο « x ». Αν υπάρχει ένα μοναδικό ζητούμενο, ονομάστε αυτό « x ». Αν υπάρχουν παραπάνω από ένα ζητούμενα (π.χ. Ποιες είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου για το οποίο γνωρίζουμε ότι....., Πόσα είναι τα παιδιά και πόσοι οι γονείς....., Πόσα χρήματα πήρε ο κάθε κληρονόμος.... κ.λ.π) ονομάστε « x » κάποιο από αυτά και εκφράστε οπωσδήποτε τον άλλο ή τους άλλους αγνώστους με τη βοήθεια του x . Αφού τελειώσετε με τον ορισμό του αγνώστου, κατασκευάστε την εξίσωση μεταφράζοντας σε αριθμητικές πράξεις την εκφώνηση. Δείτε τα παρακάτω παραδείγματα:

- Αν σας έχουν δώσει την περίμετρο ενός επίπεδου σχήματος, το άθροισμα των μηκών των πλευρών του ισούται με αυτήν.
- Αν σας έχουν δώσει τις εισπράξεις μιας παράστασης, πολ/στε τον αριθμό κάθε κατηγορίας θεατών με το αντίστοιχο εισιτήριο και αθροίστε τα επιμέρους γινόμενα: Δίνουν το ποσό που εισπράχθηκε.
- Οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες καθώς και οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες, ενώ οι εντός και επί τα αυτά γωνίες παραπληρωματικές.
- Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° , ενώ οι γωνίες της βάσης ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

Γ. Ειδικές κατηγορίες προβλημάτων

Προβλήματα ανάμιξης. Κάντε αντικατάσταση στην παρακάτω σχέση: (Ποσότητα $1^{ου}$)(Περιεκτικότητα του $1^{ου}$) + (Ποσότητα $2^{ου}$)(Περιεκτικότητα του $2^{ου}$) = (Συνολική Ποσότητα)(Τελική περιεκτικότητα). Οι περιεκτικότητες είναι συνήθως εκφρασμένες

σε % ποσοστό, ενώ οι ποσότητες καθενός από τα επιμέρους συστατικά είναι σε λίτρα ή σε γραμμάρια.

Προβλήματα με βρύσες ή έργα: Αν ονομάσετε x τις ώρες ή τις ημέρες που θα χρειασθούν για το γέμισμα της δεξαμενής ή της αποπεράτωσης του έργου, τότε το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους κλασμάτων επί x , ισούται με «1». Το 1 συμβολίζει το έργο ολόκληρο ή μια γεμάτη δεξαμενή. Για παράδειγμα: Μια δεξαμενή έχει τρεις αντλίες. Η πρώτη, γεμίζει μόνη της τη δεξαμενή σε 4 ώρες, η δεύτερη σε τρεις ώρες, ενώ η τρίτη την αδειάζει μέσα σε 6 ώρες. Αν λειτουργούν και οι τρεις αντλίες ταυτόχρονα σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή;

Έστω x οι ώρες που απαιτούνται. Σε μία ώρα γεμίζει το $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$ της δεξαμενής.

Συνεπώς: $x \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x \cdot \frac{5}{12} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{12}{5} = 2,4h \text{ ή } 2h \ 24min.$

Προβλήματα ποσοστών: Γενικά, αν t το ποσοστό %, κάνουμε αντικατάσταση στην σχέση: $(\text{Αρχικό ποσό}) \cdot \frac{100 \pm t}{100} = (\text{Τελικό ποσό})$. Χρησιμοποιούμε το (+) αν έχουμε αύξηση του αρχικού ποσού και το (-) αν υπάρχει έκπτωση στο αρχικό ποσό.

Προβλήματα Ευκλείδειας Διαίρεσης: Αντικαταστήστε στο γνωστό(:) περσινό σας τύπο: $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$, όπου Δ ο διαιρετέος, δ ο διαιρέτης π το πηλίκο και υ το υπόλοιπο.

Προβλήματα κίνησης: Αν τα οχήματα ξεκινούν ταυτόχρονα, τότε ισχύει ότι :

$\frac{\text{απόσταση που διάνυσε το } 1^{\text{ο}}}{\text{ταχύτητα του } 1^{\text{ου}}} = \frac{\text{απόσταση που διάνυσε το } 2^{\text{ο}}}{\text{ταχύτητα του } 2^{\text{ου}}}$ αφού ο χρόνος

«μετρά» το ίδιο και για τα δύο.

Αν τα οχήματα διανύουν την ίδια απόσταση, χρησιμοποιήστε τη σχέση :

$(\text{Ταχύτητα του } 1^{\text{ου}}) \cdot (\text{Χρόνος κίνησης του } 1^{\text{ου}}) = (\text{Ταχύτητα του } 2^{\text{ου}}) \cdot (\text{Χρόνος κίνησης του } 2^{\text{ου}})$

Και οι δύο παραπάνω σχέσεις, στηρίζονται στον τύπο $S = v \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{S}{v}$.

Προβλήματα με ηλικίες: Η διαφορά ηλικίας μεταξύ δύο ατόμων δεν αλλάζει, όσα χρόνια κι αν περάσουν. Αυτό που αλλάζει είναι ο λόγος των ηλικιών. Αν για παράδειγμα ένας πατέρας είναι 33 ετών και ο γιος του 9, μετά από τρία χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιου. Ονομάστε x λοιπόν τα χρόνια που θα περάσουν και γράψτε τη σχέση που συνδέει τις ηλικίες τους όπως την περιγράφει το πρόβλημα κάθε φορά.

Προβλήματα με ωρομίσθιο ή ημερομίσθιο: Οι αποδοχές ενός εργαζόμενου βρίσκονται αν πολ/με το ωρομίσθιο (ή το ημερομίσθιο) με τις ώρες που εργάστηκε (ή τις ημέρες). Αν πρόκειται για δύο εργαζόμενους, εκφράστε το σύνολο των αποδοχών καθενός και γράψτε την σχέση που τις συνδέει: Συνήθως, αφαιρούμε το μικρότερο από το μεγαλύτερο ποσό και το εξισώνουμε με τη διαφορά που μας λείπει η εκφώνηση.

Παρατήρηση: Μην απομνημονεύσετε τις παραπάνω συμβουλές. Προσπαθήστε να σκέπτεστε και όχι να θυμάστε. Εξασκηθείτε με επιπλέον ασκήσεις και εξοικειωθείτε με την «μαθηματικοποίηση» εκφράσεων και προβλημάτων.