

B.1.1. ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (1)

ΚΥΡΙΑ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΡΙΓΩΝΟΥ – ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

Για κάθε τρίγωνο ΑΒΓ, ισχύει:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} =$$

Δηλαδή, το των γωνιών ενός τριγώνου είναι

Κύρια στοιχεία ενός τριγώνου ονομάζονται οι και οι του.

Ένα τρίγωνο, ανάλογα με το **είδος των γωνιών** του, ονομάζεται:

- , όταν έχει όλες τις γωνίες του
- , όταν έχει μια γωνία
- , όταν έχει μια γωνία

Ένα τρίγωνο, ανάλογα με τις **σχέσεις που συνδέονται οι πλευρές** του, ονομάζεται:

- , όταν έχει και τις πλευρές του άνισες
- , όταν έχει πλευρές ίσες
- , όταν έχει και τις πλευρές του ίσες

Δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου ονομάζονται οι , οι και τα

- **Διάμεσος** ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια του τριγώνου με το της απέναντι πλευράς.

Το σημείο τομής των ενός τριγώνου ονομάζεται

- **Διχοτόμος** ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινάει από μια , χωρίζει τη σε δύο ίσες και καταλήγει στην πλευρά.

Το σημείο τομής των ενός τριγώνου ονομάζεται

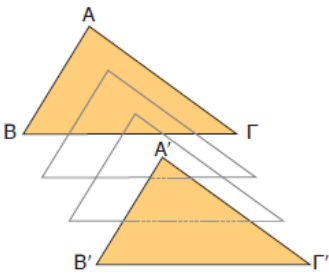
- **Ύψος** ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινάει από μια και είναι στην ευθεία της απέναντι πλευράς.

Το σημείο τομής των ενός τριγώνου ονομάζεται

➤ Διάβασμα σελ. 186 – 187 Κύρια και δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων

B.1.1. ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (2)

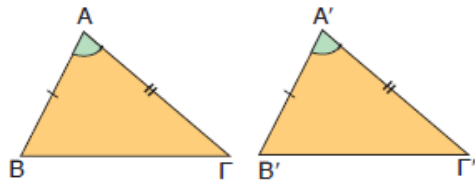
ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ



Δύο τρίγωνα λέγονται ίσα όταν μπορούμε να μετατοπίσουμε κατάλληλα το ένα τρίγωνο, χωρίς αυτό να μεταβάλλεται, ώστε να ταυτιστεί με το άλλο.

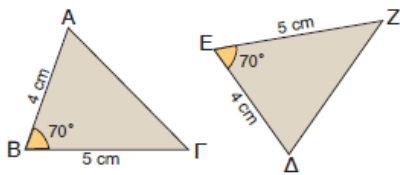
- Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε θα έχουν τις τους και τις τους ίσες μία προς μία.
- Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι ίσα.

1^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (Π-Γ-Π)



Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες μία προς μία και την τους ίση, τότε είναι ίσα.

Να δικαιολογήσετε γιατί τα παρακάτω τρίγωνα είναι ίσα και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους.



Σε ίσα τρίγωνα, απέναντι από ίσες βρίσκονται ίσες

Στο τρίγωνο ΑΒΓ, προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ κατά τμήμα ΑΔ=ΑΒ και την πλευρά ΑΓ κατά τμήμα ΑΕ=ΑΓ.

Α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα.

Β) Να αποδείξετε ότι ΒΓ=ΔΕ.

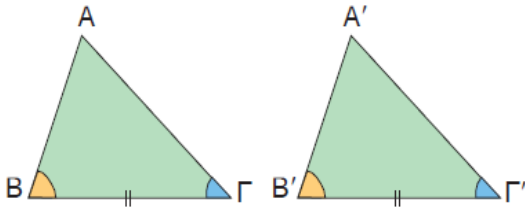
Σχήμα

Λύση

- Διάβασμα σελ. 187 – 188 Ίσα τρίγωνα – 1^ο κριτήριο ισότητας (Π-Γ-Π)
- Σελ. 193, Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 Σελ. 194, Ασκήσεις 1, 2, 3.

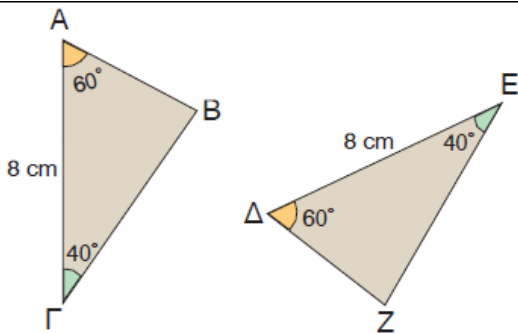
B.1.1. ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (3)

2ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (Γ-Π-Γ)



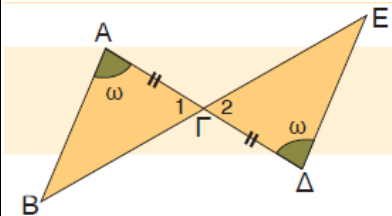
Αν δύο τρίγωνα έχουν ίση και τις στην πλευρά αυτή ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

Να δικαιολογήσετε γιατί τα παρακάτω τρίγωνα είναι ίσα και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους.



Σε τρίγωνα, απέναντι από ίσες βρίσκονται ίσες

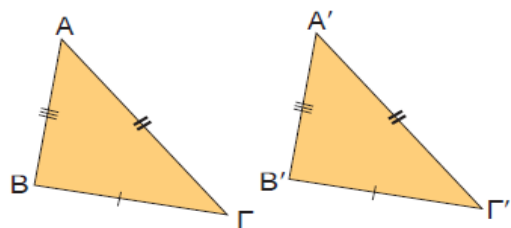
Στο παρακάτω σχήμα είναι $AF = ΓΔ$ και $\hat{A} = \hat{\Delta} = \omega$. Να αποδείξετε ότι $AB = ΔΕ$.



- Διάβασμα σελ. 189 2ο Κριτήριο ισότητας (Γ-Π-Γ)
- Σελ. 193, Ερωτήσεις κατανόησης 3, 4, 5.
- Σελ. 195, Ασκήσεις 7, 8, 9.

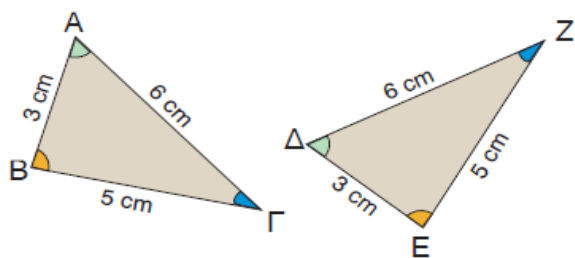
Β.1.1. ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (4)

3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (Π-Π-Π)



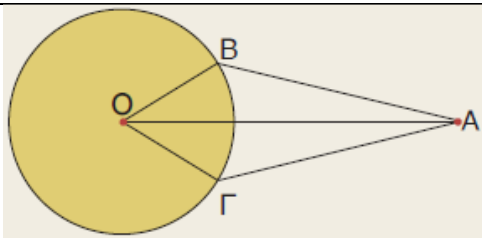
Αν δύο τρίγωνα έχουν τις τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

Να δικαιολογήσετε γιατί τα παρακάτω τρίγωνα είναι ίσα και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους.



Σε τρίγωνα, απέναντι από ίσες βρίσκονται ίσες

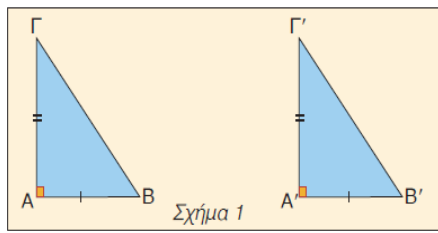
Στο παρακάτω σχήμα το σημείο A ισαπέχει από τα σημεία B και Γ του κύκλου. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OAB και OAG είναι ίσα.



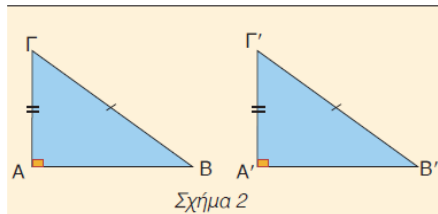
- Διάβασμα σελ. 189 3^ο Κριτήριο ισότητας (Π-Π-Π)
- Σελ. 193, Ερωτήσεις κατανόησης 6, 7.
- Σελ. 195, Ασκήσεις 12, 13, 14.

B.1.1. ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ (5)

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

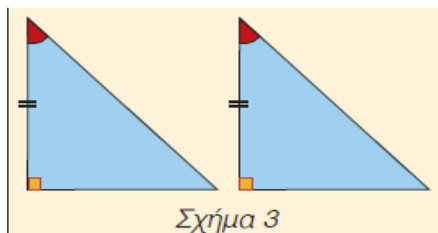


Στο σχήμα 1, τα τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες και την γωνία τους ίση, άρα είναι ίσα (Π-Γ-Π)



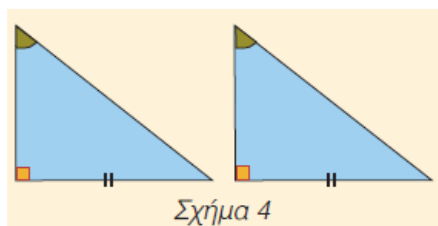
Στο σχήμα 2, τα τρίγωνα έχουν την και μία πλευρά ίση. Όπως προκύπτει από το Πυθαγόρειο Θεώρημα, θα έχουν και την τρίτη τους ίση, άρα είναι ίσα (Π-Π-Π)

Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν
..... ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

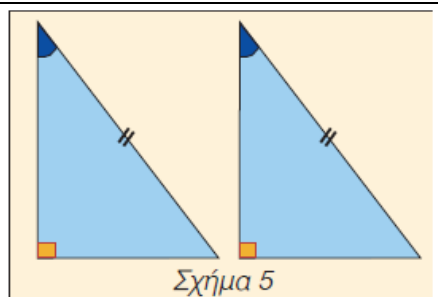


Στο σχήμα 3, τα τρίγωνα έχουν μία ίση και τις γωνίες ίσες, άρα είναι ίσα (Γ-Π-Γ)

Στα σχήματα 4 και 5, τα τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες. Αφού το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι , θα έχουν και την τρίτη γωνία τους ίση. Άρα, έχουν μια πλευρά ίση και τις γωνίες ίσες, οπότε είναι ίσα (Γ-Π-Γ)



Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία
..... ίση και μία
..... ίση, τότε είναι ίσα.



Επομένως, δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν:

- δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία
- μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1η) Κάθε σημείο της μεσοκάθετου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.

Ισχύει και το αντίστροφο:

Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος.

2η) Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.

Ισχύει και το αντίστροφο:

Κάθε εσωτερικό σημείο μιας γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές της βρίσκεται πάνω στη διχοτόμο της γωνίας.

- Διάβασμα σελ. 190 Κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων
- Σελ. 194, Ερωτήσεις κατανόησης 8, 9, 10, 11.
- Σελ. 196, Ασκήσεις 17, 18, 20, 21.