

1.1 Οριζόντια Βολή

- 1) Έστω σώμα που βάλλεται οριζόντια. Έστω τυχαίο σημείο M της τροχιάς και χ η οριζόντια μετατόπιση που αντιστοιχεί στο σημείο M. Η εφαπτομένη της τροχιάς στο σημείο M, τέμνει την οριζόντια μετατόπιση στο μέσον της.
- 2) (Στο σώμα να ασκείται και άλλη δύναμη εκτός από το βάρος του).
Σώμα μάζας $m=2\text{g}$ βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $u_0=108\text{Km/h}$, από ύψος $h=180\text{m}$ από το έδαφος. Στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη F αντίσταση από τον αέρα. Στο έδαφος χτυπά κάθετα. Ποιο το μέτρο της F. ($g=10\text{m/s}^2$) (Απ. $F=10^{-2}\text{N}$)
- 3) Στην παραπάνω άσκηση μας δίνεται ότι η οριζόντια δύναμη από τον αέρα είναι $F=0,2\text{N}$, η μάζα $m=0,2\text{Kg}$ και $u_0=72\text{Km/h}$ και το ύψος της βολής το ίδιο, $h=180\text{m}$.
 - α) να διατυπώσετε την εξίσωση της τροχιάς.
 - β) να βρείτε το βεληνεκές.
 - γ) να διατυπώσετε τις εξισώσεις της κίνησης.
- 4) (Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή)
Έστω σώμα που βάλλεται οριζόντια από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος με αρχική ταχύτητα u_0 . Αν στο σώμα ασκείται μόνο το βάρος του, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν φτάνει στο έδαφος εφαρμόζοντας
 - α) τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής,
 - β) την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.
 - γ) Υπάρχει κάτι που δεν μπορείτε να υπολογίσετε σε μια από τις 2 προσεγγίσεις;

1.1 Οριζόντια Βολή

1. Σώμα βάλλεται οριζόντια. Να δείξετε ότι το Γ είναι στο μέσον της AB.

Το σώμα στους άξονες χ και υ κάνει τις εξής κινήσεις:

- Άξονα χ: Ευθύγραμμη Ομαλή κίνηση (ΕΟΚ)
- Άξονα Υ: Ελεύθερη πτώση (Ε.Π.)

Άρα ισχύουν οι εξισώσεις

$$\bullet \quad X: \chi = u_0 \cdot t \quad (1)$$

$$u_\chi = \text{σταθ} = u_0 \quad (2)$$

$$\bullet \quad Y: u_y = g \cdot t \quad (3)$$

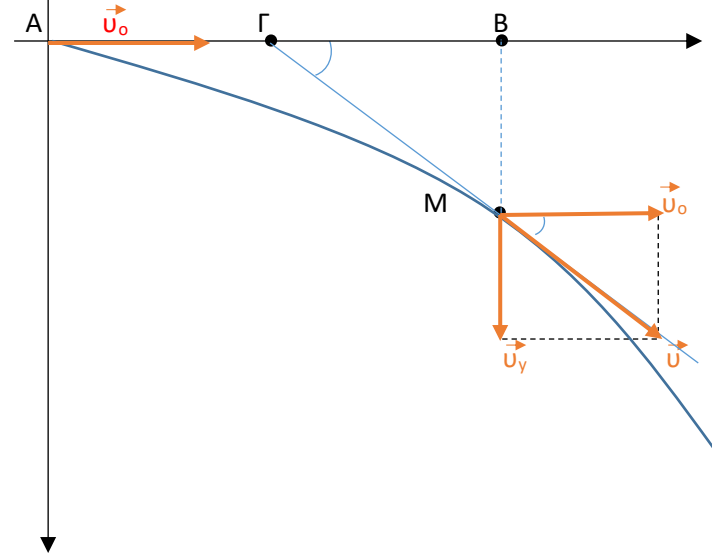
$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (4)$$

Εξετάζοντας με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας έχουμε:

$$\text{Στο τργ. ΓΒΜ} : \varepsilon\varphi\theta = \frac{BM}{\Gamma B} = \frac{y}{\Gamma B} = \frac{\frac{1}{2} g t^2}{\Gamma B} \quad (5)$$

$$\text{Στο τργ των ταχυτήτων έχουμε:} \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{v_y}{v_\chi} = \frac{g t}{u_0} \quad (6)$$

$$\text{Από (5), (6) έχουμε} \quad \frac{\frac{1}{2} g t^2}{\Gamma B} = \frac{g t}{u_0} \rightarrow 2 \Gamma B = u_0 t \rightarrow 2 \Gamma B = x$$



2. Σώμα μάζας m βάλλεται οριζόντια

$$h = 180 \text{ m}$$

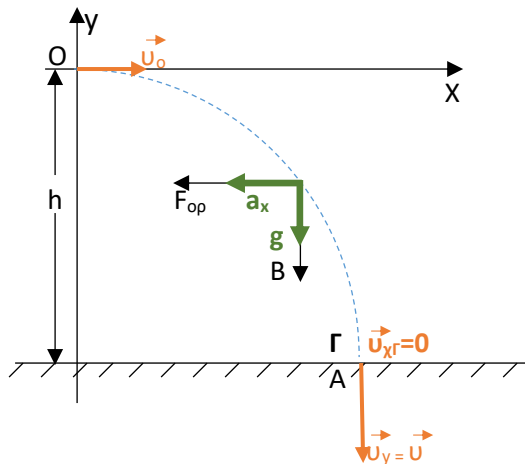
$$m = 2 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}$$

$$u_0 = 108 \text{ km/h} = \dots = 30 \text{ m/s}$$

Στο έδαφος χτυπά κάθετα.

$$F_{op} = ?$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



Το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 κινήσεις:

Άρα έχουμε:

Στον Χ άξονα Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη (ΕΟΕβΚ) $x = u_0 t - \frac{1}{2} a t^2$

$$u_\chi = u_0 - a_\chi t$$

και στο σημείο Γ: $u_{\chi\Gamma} = 0$ άρα $0 = u_0 - a_\chi t$

$$a_\chi = \frac{u_0}{t} \quad (1)$$

Στον Υ άξονα Ελεύθερη Πτώση (Ε.Π.)

$$v_y = g t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 180}{10}} = 6 \text{ s} \quad (2)$$

Από το νόμο του Νεύτωνα στον Χ άξονα έχουμε: $F_{op} = m \cdot a_\chi = m \frac{u_0}{t} \quad (3)$

$$\text{Από (1), (2), (3)} \rightarrow F_{op} = 10^{-2} \text{ N}$$

1.1 Οριζόντια Βολή

4. Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή
Σώμα μάζας m βάλλεται οριζόντια από ύψος h , με ταχύτητα u_0 .
Ασκείται μόνο το Βάρος του.

$u = ?$

α) Μελέτη με τις εξισώσεις κίνησης.

(Όπως και στην άσκηση 2)

Στον **X** άξονα Ευθύγραμμη Ομαλή κίνηση (ΕΟΚ)

$$x = u_0 t \quad ①$$

Στον **Y** άξονα Ελεύθερη Πτώση (Ε.Π.)

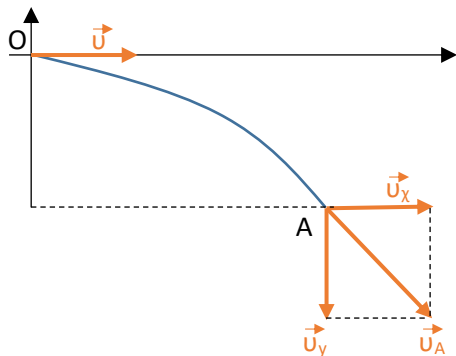
$$u_y = gt \quad ②$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad ③$$

Λύση: Από ③ $\Rightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad ④$

Με αντικατάσταση στην ② έχουμε: $v_y = gt = \sqrt{2gh}$

Και τελικά $v_A = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$



β) Μελέτη με την Αρχή διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

Επειδή στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους του, η οποία είναι συντηρητική δύναμη, η Μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται.
Άρα ισχύει:

$$E_{(O)} = E_{(A)}$$

$$K_{(O)} + U_{(O)} = K_{(A)} + U_{(A)}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 + 0$$

$$v_A^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$v_A = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$