

1.3 Κεντρομόλος Δύναμη

Παρατήρηση: ΔΕΝ είναι μία ακόμη δύναμη. $\Sigma F = F_k = m \frac{v^2}{R}$

- 1) Όχημα, για λόγους επίδειξης ασφάλειας των ελαστικών και μόνο, κινείται στο εσωτερικό κατακόρυφης κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας $R=32\text{m}$ και με συντελεστή τριβής μεταξύ ελαστικών και κυλινδρικής επιφάνειας $\mu=0,8$. Να υπολογίσετε

α) Την ελάχιστη ταχύτητα

β) Την ελάχιστη συχνότητα περιστροφής για να μην υπάρξει δυστύχημα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ. $u=20\text{m/s}$ $f \sim 10^{-2}\text{Hz}$

- 2) Μικρή σφαίρα μάζας $m=400\text{g}$ κρέμεται με νήμα μήκους $\ell=0,5\text{m}$. Η σφαίρα κινείται διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο ακτίνας $R=0,3\text{m}$ που το κέντρο του βρίσκεται στην κατακόρυφο η οποία περνά από το σημείο στήριξης του νήματος. Να υπολογίσετε:

α) την Τάση T του νήματος,

β) τη γραμμική ταχύτητα της σφαίρας.

Απ. $T=5\text{N}$

$u=1,5\text{m/s}$

Κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο

- 3) Σφαιρίδιο μάζας $m=3\text{g}$ κινείται κυκλικά σε κατακόρυφο επίπεδο, δεμένο σε σχοινί μήκους $\ell=40\text{cm}$, πάντα τεντωμένο. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείτο νήμα στο σφαιρίδιο:

α) στην ανώτατη θέση της τροχιάς Α, όπου $u_A=4\text{m/s}$

β) στην κατώτατη θέση της τροχιάς Γ, όπου $u_G=3\sqrt{2}\text{m/s}$

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ. $T_A=9 \cdot 10^{-2}\text{N}$

$T_G=16,5 \cdot 10^{-2}\text{N}$

Όταν το σφαιρίδιο κινείται κυκλικά σε κατακόρυφο επίπεδο, το μέτρο της ταχύτητας μεταβάλλεται, ΑΡΑ δεν κάνει ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ.

- 4) Δοχείο με νερό κάνει κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο, δεμένο σε σχοινί μήκους $\ell=0,9\text{m}$. Τι πρέπει να ισχύει για να μην χυθεί το νερό.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

Απ. $u=3\text{m/s}$

Ανακύκλωση

- 5) Τι ταχύτητα πρέπει να έχει μία σφαίρα μάζας m ενός εκκρεμούς στην κατώτατη θέση, ώστε να μπορεί να κάνει ανακύκλωση;

- 6) Έχουμε ένα εκκρεμές. Στην άκρη του νήματος μήκους $\ell=1,6\text{m}$ υπάρχει μία σφαίρα μάζας $m=100\text{g}$. Το εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας κατά γωνία $\phi=60^\circ$. Όταν περνά από τη θέση ισορροπίας του να υπολογίσετε

α) την ταχύτητα της σφαίρας .

β) την τάση του νήματος

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

1.3 Κεντρομόλος Δύναμη

1. Όχημα κινείται στο εσωτερικό κατακόρυφης κυλινδρικής επιφάνειας

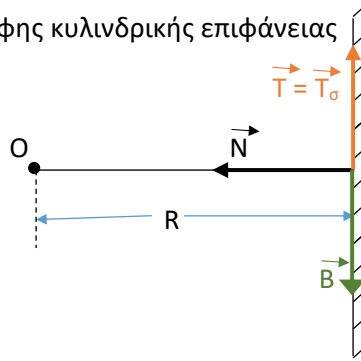
$$R=32m$$

$$\mu=0,8$$

$$\alpha) v_{\min}=;$$

$$\beta) f=;$$

$$g=10m/s^2$$



Στο σώμα ασκούνται:

- Το βάρος B.
- Η τριβή T, αντίθετη του Βάρους, αφού το όχημα-τροχί δεν κινούνται-γλιστρούν στον κατακόρυφο άξονα.
- Η κάθετη δύναμη N, η οποία είναι η μόνη δύναμη στη δ/νση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς.
Άρα θα είναι και η απαραίτητος κεντρομόλος δύναμη.

Έχουμε χ άξονα: $\Sigma F = F_k$ ή $N = m \frac{v^2}{R}$ ①

γ άξονα: $\Sigma F \geq 0$ ή $T - B \geq 0$ ή $T \geq mg$ ② (Το = ισχύει για την οριακή κίνησή του).

Από την τριβή: $T = \mu N$ ③

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \rightarrow \mu N \geq mg \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{1} \rightarrow \mu m \frac{v^2}{R} \geq mg \text{ άρα } v \geq \sqrt{\frac{Rg}{\mu}} \text{ ή } v = v_{\min} 12,5m/s$$

$$v = \omega R = 2\pi f R \text{ ή } f = \frac{v}{2\pi R} \text{ ή } f \geq \frac{1}{2\pi} Hz \text{ για ασφαλή κίνηση (Το = ισχύει για την οριακή κίνησή του).}$$

Δηλ. το κινητό πρέπει να περιφέρεται με **συχνότητα μεγαλύτερη** ή ίση με $\frac{1}{2\pi} Hz$

Αντίστροφα με **περίοδο Τ μικρότερη** ή ίση $\frac{1}{2\pi} = 2\pi s$

2. Σφαίρα μάζας m κρέμεται από νήμα και κινείται διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο.

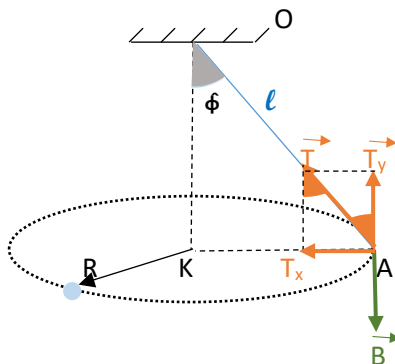
$$m=400g=...=4 \cdot 10^{-1} Kg$$

$$\ell = 0,5m$$

$$R=0,3m$$

$$\alpha) T=;$$

$$\beta) v=;$$



Στο ΔΟΚΑ έχουμε:

$$OK = \sqrt{\ell^2 - R^2} = 0,4m$$

$$\eta\mu\phi = \frac{KA}{\ell} = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{OK}{\ell} = \frac{0,4}{0,5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

Επίσης ισχύει:

$$T_x = T\eta\mu\phi$$

$$T_y = T\sigma\upsilon\nu\phi$$

$$Y \text{ άξονα: } \Sigma F_y = 0$$

$$B - T_y = 0$$

$$B - T\sigma\upsilon\nu\phi = 0$$

$$T = \frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\phi}$$

$$T = 5N$$

$$X \text{ άξονα: } \Sigma F_x = F_k$$

$$T\eta\mu\phi = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{TR\eta\mu\phi}{m}}$$

$$v = 1,5m/s$$

Στο οριζόντιο επίπεδο η σφαίρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και

η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η T_x

η οποία είναι και η απαραίτητος κεντρομόλος δύναμη.

3. Κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο I.

Σημείωση 1: Όταν το κινητό εκτελεί κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο, το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας μεταβάλλεται, άρα ΔΕΝ εκτελείται ομαλή κυκλική κίνηση.

Σημείωση 2: Στην ανώτατη θέση Α της τροχιάς του κινητού ασκούνται δύο δυνάμεις, το Βάρος Β και η Τάση Τ_Α του νήματος (είναι η δύναμη που ασκεί το νήμα στο σώμα). Άρα η φορά της είναι ...

Σημείωση 3: Σε κάθε περίπτωση (δηλ. σημεία Α, Γ, ...) η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς θα είναι η κεντρομόλος δύναμη.

$$m=3\text{Kg}$$

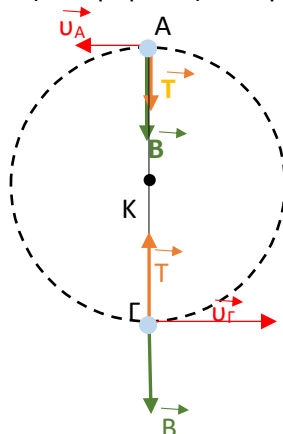
$$\ell=40\text{cm}$$

$$F=;$$

$$u_A=4\text{m/s}$$

$$u_\Gamma=3\sqrt{2}\text{m/s}$$

$$g=10\text{m/s}^2$$



Είπαμε ότι σε κάθε περίπτωση ισχύει:

$$\vec{\Sigma F} = \vec{F}_k = \frac{mv^2}{\ell}$$

$$\text{ή } \vec{T} + \vec{B} = \frac{mv^2}{\ell} \quad (1)$$

Έτσι λοιπόν στο ανώτερο σημείο της τροχιάς, Α έχουμε:

$$(1) \Rightarrow T_A + B = \frac{mv^2}{\ell}$$

$$T_A = \frac{mv^2}{\ell} - mg \Rightarrow T = 22\text{N}$$

Ομοίως στο κατώτερο σημείο της τροχιάς, Γ έχουμε:

$$(1) \Rightarrow T_\Gamma - B = \frac{mv^2}{\ell}$$

$$T_A = \frac{mv^2}{\ell} + mg \Rightarrow T = 34\text{N}$$

4. Κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο II.

Σημείωση 4: Όταν το κινητό εκτελεί κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο, το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας μεταβάλλεται, άρα ΔΕΝ εκτελείται ομαλή κυκλική κίνηση.

Το δοχείο έχει την μικρότερη ταχύτητα στο ανώτατο σημείο Α της τροχιάς και την μεγαλύτερη στο κατώτατο σημείο Γ.

Σημείωση 5: Στην ανώτατη θέση Α της τροχιάς του δοχείου, στη μάζα του νερού ασκούνται δύο δυνάμεις.

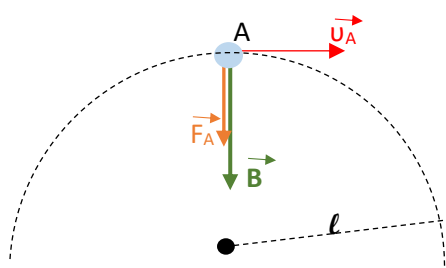
Το Βάρος Β και η δύναμη από το δοχείο (τον πυθμένα και τα τοιχώματα) F_Α (είναι η δύναμη που ασκεί το δοχείο στο νερό). Άρα η φορά της είναι ...

Σημείωση 6: Σε κάθε περίπτωση (δηλ. σημεία Α, ...), αφού το νερό εκτελεί κυκλική κίνηση η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς θα είναι η κεντρομόλος δύναμη.



$$\ell=0,9\text{m}$$

$$g=10\text{m/s}^2$$



$$\text{Δηλ. } \vec{\Sigma F} = \vec{F}_k$$

$$\Sigma F = F_k = m \frac{v^2}{\ell}$$

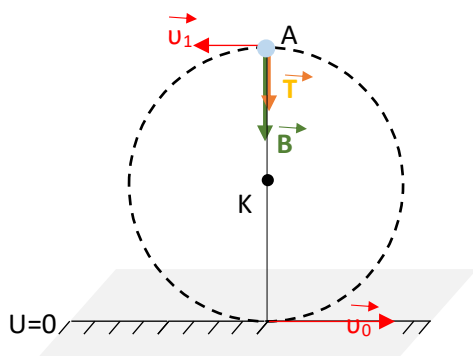
$$B + F_A = m \frac{v^2}{\ell}$$

Και στην οριακή περίπτωση που το νερό δεν φεύγει από το δοχείο: F_Α=0 άρα B+0= m $\frac{v^2}{\ell} \Rightarrow mg = m \frac{v^2}{\ell}$

$$\text{και τελικά } v = \sqrt{\ell g} \Rightarrow v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5. Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας - Ανακύκλωση

Σημείωση 7: Ανακύκλωση σημαίνει ότι το κινητό εκτελεί κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο. Όταν η σφαίρα κάνει ανακύκλωση πρέπει όταν φτάσει στην ανώτερη θέση, το νήμα να είναι τεντωμένο. Άρα υπάρχει η τάση του νήματος, δηλ. η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα. Για να έχω ανακύκλωση οριακά, πρέπει όταν το σώμα περνά από το ανώτατο σημείο (πάνω θέση) η τάση του νήματος να είναι T=0. Στο σημείο αυτό υπάρχει το βάρος Β, που ισούται με την κεντρομόλο δύναμη F_κ.



Όπως αναφέραμε στη θέση Α ισχύει:

$$\Sigma F_A = F_k \Rightarrow B + T = m \frac{v_1^2}{R}$$

Στην οριακή περίπτωση όπου T=0

$$\text{έχουμε } B = m \frac{v_1^2}{R} \Rightarrow v_1 = \sqrt{gl}$$

Κατά την κίνηση της σφαίρας από το πάνω σημείο της τροχιάς, το Α μέχρι το κάτω σημείο Γ η ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΔΙΑΤΗΡΕΙΤΑΙ. Άρα έχουμε:

$$E(A) = E(\Gamma)$$

$$K(A) + U(A) = K(\Gamma) + U(\Gamma)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mg2l = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow v_0 = \sqrt{5gl}$$

