2.1 Σύστημα σωμάτων – Εσωτερικές δυνάμεις - Εξωτερικές δυνάμεις.

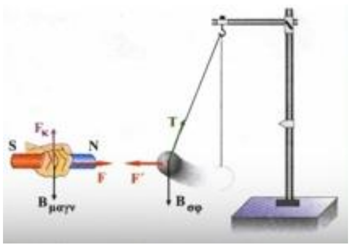
Σωμάτιο : μια συμβολική οντότητα που αντιπροσωπεύει το πραγματικό **σώμα**.
Την κίνηση των σωμάτων την *εκφράζει* η **ταχύτητα $\vec{υ}$**.
Την αλλαγή της ταχύτητας ενός σώματος την *εκφράζει* η **επιτάχυνση $\vec{α}$**.
Η επιτάχυνση *οφείλεται* στο ότι πάνω στο σώμα ασκήθηκε **δύναμη $\vec{F}$**

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Δύναμη : **αιτία** αλλαγής κίνησης

Η δύναμη ασκείται πάνω σ’ ένα σώμα από ένα άλλο σώμα. Δηλ. **έχω αλληλεπίδραση**.
Δύο σώματα **αλληλεπιδρούν** όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις
π.χ. - σφαίρα (στο χέρι) – μαγνήτης (αναρτημένος)
- Γη - σελήνη

Σύστημα σωμάτων: ορίζουμε ένα σύνολο από σώματα, που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους (και η επιλογή τους είναι αυθαίρετη).
Εσωτερικές δυνάμεις: αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα.
Εξωτερικές δυνάμεις: αυτές που προέρχονται από άλλα σώματα.



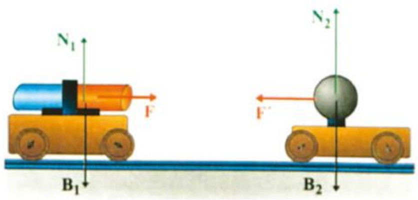
(σχ. 1)

π.χ.1 Σύστημα μαγνήτης– σφαίρα (σχ. 1)

Μαγνήτης:	Εξωτερικές δυνάμεις	- $B_{μαγν}$
		- $F_κ$, από το χέρι
	Εσωτερικές δυνάμεις	- F, η ελκτική δύναμη από τη σφαίρα
Μεταλλική σφαίρα:	Εξωτερικές δυνάμεις	- $B_{σφ}$
		- T, η τάση του νήματος
	Εσωτερικές δυνάμεις	- F, η ελκτική δύναμη του μαγνήτη

Μονωμένο λέγεται το σύστημα που οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν.
Γενικότερα σ’ ένα μονωμένο σύστημα:
- Δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις $\vec{F}_{εξ}$=0 ή
- Αν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις έχουν Συνισταμένη μηδέν. $Σ\vec{F}_{εξ}$=0.

π.χ.2 Σύστημα μαγνήτης– σφαίρα στερεωμένα πάνω σε αμαξάκια που κινούνται χωρίς τριβές (σχ. 2)

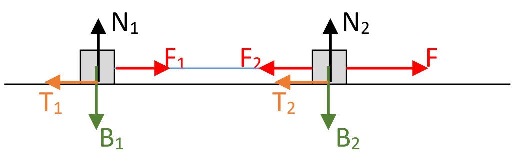


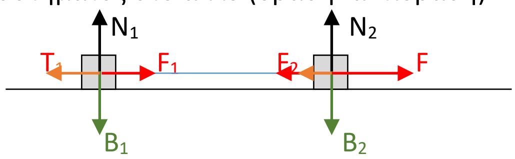
Μαγνήτης:	Εξωτερικές δυνάμεις	- B_1
		- N_1, αντίδραση από την επιφάνεια
	Εσωτερικές δυνάμεις	- F, η ελκτική δύναμη από τη σφαίρα
Μεταλλική σφαίρα:	Εξωτερικές δυνάμεις	- B_2
		- N_2, αντίδραση από την επιφάνεια
	Εσωτερικές δυνάμεις	- F, η ελκτική δύναμη του μαγνήτη

Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων για κάθε ένα από τα σώματα είναι μηδέν.
Διότι: B_1=N_1 και B_2=N_2
Συνεπώς το σύστημα μαγνήτης – σφαίρα είναι μονωμένο και η κίνηση τους καθορίζεται αποκλειστικά από τις εσωτερικές δυνάμεις.

π.χ. 3 Το σύστημα των δυο σωμάτων του σχ. 2

Εξωτερικές δυνάμεις	- B_1 και B_2 από τη γη.
	- N_1 και N_2 αντίδραση από το έδαφος.
	- T_1 και T_2 τριβές και
	- F η δύναμη που ασκούμε εμείς.
Εσωτερικές δυνάμεις	- F_1 και F_2. Ασκούνται από το ένα σώμα του συστήματος στο άλλο (δράση–αντίδραση)





2.2 Το φαινόμενο της κρούσης.

Τα σώματα αλληλεπιδρούν.
Θεωρούμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα.
π.χ. η κρούση δύο αυτοκινήτων.
Οι εξωτερικές δυνάμεις ΔΕΝ έχουν συνισταμένη μηδέν λόγω τριβών. $T_\rho \neq 0 \Rightarrow \Sigma F_{\varepsilon\xi} \neq 0$
Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι πολύ μεγάλες ώστε μπορούμε να αγνοήσουμε όλες τις εξωτερικές δυνάμεις. Δηλ. θεωρούμε το σύστημα μονωμένο.

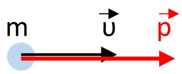
2.3 Η έννοια της Ορμής.

Ερώτημα: Σε μια σύγκρουση το φαινόμενο θα είναι πιο έντονο αν τα συγκρουόμενα σώματα έχουν μεγάλη μάζα, ή μεγάλη ταχύτητα;

Απάντηση: Από την καθημερινή μας εμπειρία, το αποτέλεσμα της κρούσης επηρεάζεται τόσο από τη μάζα όσο και από την ταχύτητα των σωμάτων.

<u>Ορισμός:</u> Ορίζουμε Ορμή p ενός σώματος το φυσικό μέγεθος που η τιμή του εξαρτάται από τη μάζα και την ταχύτητα του σώματος.

$\vec{P} = m \cdot \vec{\upsilon}$



με μονάδα μέτρησης στο S.I.το $1\,\frac{Kg\cdot m}{s}$

Είναι μέγεθος διανυσματικό, με κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος.
Η ορμή ως φυσικό μέγεθος διατηρείται.

2.4 Σχέση της Δύναμης και της Μεταβολής της Ορμής.

Ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F} = m \cdot \vec{a} \\ \text{και} \quad \vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F} = m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{m\cdot\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - m\cdot\vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

Επίσης ισχύει: $\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} = m \cdot \vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda}$

Και $\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}$

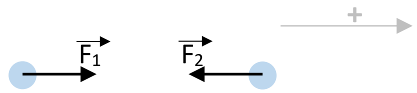
$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \quad ①$$

Και αν τα διανύσματα $P_{\alpha\rho\chi}$ και $P_{\tau\varepsilon\lambda}$ είναι συγγραμμικά η ① γράφεται: $F = \frac{P_{\tau\varepsilon\lambda} - P_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$

Συνεπώς για να αλλάξει η ορμή ενός σώματος απαιτείται η άσκηση δύναμης.

2.5 Η αρχή διατήρησης της Ορμής.

Η συνολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.



Ο 3ος νόμος του Νεύτωνα μας λέει ότι η Δράση είναι ίση με την Αντίδραση.
Έστω λοιπόν δυο σώματα (σχ. 1) που αλληλοεπιδρούν:

- Οι δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτά είναι αντίθετες.
- Ο χρόνος αλληλεπίδρασης είναι ίδιος και για τα δύο σώματα $\Delta t_{1=}\Delta t_2 = \Delta t$, θα ισχύει:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$m_1 \frac{\Delta\vec{\upsilon}_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta\vec{\upsilon}_2}{\Delta t} \qquad \text{και επειδή } \Delta t_{1=}\Delta t_2 = \Delta t$$

$$m_1 \Delta\vec{\upsilon}_1 = -m_2 \Delta\vec{\upsilon}_2$$

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$$

$$\vec{P}_{1(\tau\varepsilon\lambda)} - \vec{P}_{1(\alpha\rho\chi)} + \vec{P}_{2(\tau\varepsilon\lambda)} - \vec{P}_{2(\alpha\rho\chi)} = 0$$

$$\vec{P}_{1(\tau\varepsilon\lambda)} + \vec{P}_{2(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{P}_{1(\alpha\rho\chi)} + \vec{P}_{2(\alpha\rho\chi)}$$

$$\vec{P}_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{P}_{o\lambda(\alpha\rho\chi)}$$

Δηλ. η ορμή του συστήματος είναι σταθερή.

Σχέση του μέτρου p της ορμής και της κινητικής ενέργειας K ενός σώματος

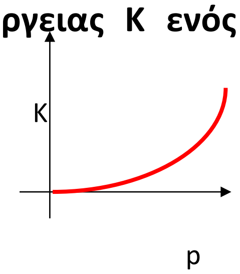
Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα υ. Άρα έχει

Ορμή με μέτρο p=m·υ

και

Κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$

$$\left.\begin{matrix} p = m\cdot\upsilon \\ K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow K = \frac{1}{2}m\frac{p^2}{m^2} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$



Κινητική ενέργεια K και έργο W (Θ.Μ.Κ.Ε.)

Όταν ένα σώμα έχει κινητική ενέργεια $K_{\alpha\rho\chi}$ και ασκηθεί μια δύναμη F που παράγει έργο W_F τότε, επειδή το έργο εκφράζει μεταφορά ενέργειας προς ή από το σώμα, η κινητική ενέργεια του σώματος μεταβάλλεται σε $K_{\tau\varepsilon\lambda}$ και ισχύει:

$K_{\alpha\rho\chi} + W_F = K_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή $\Delta K = W_F$ και αν ασκούνται πολλές δυνάμεις : $\Delta K = \Sigma W_F$

ή αν θεωρήσω $\Delta K = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}$ την απώλεια της Κινητικής ενέργειας, τότε $\Delta K + \Sigma W_F = 0$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Ασκ. 2.3 σελ. 65 βιβλίου (ΙΤΥΕ).
   Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μια ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24m/s. Αν η μπάλα έχει μάζα 0,5Kg και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με την μπάλα έχει μάζα 0,03s,
   α) ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;
   β) συγκρίνετε τη δύναμη αυτή με το βάρος του αθλητή. θεωρείστε ότι η μάζα του ποδοσφαιριστή είναι 70Kg και το g=9,81m/s2.
2) Ασκ. 2.5 σελ. 65 ΙΤΥΕ.
   Μια μπάλα μάζας 0,5Kg αφήνεται να πέσει από τέτοιο ύψος, ώστε να φτάσει στο δάπεδο με ταχύτητα $υ_1$=30m/s. Η μπάλα αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα $υ_2$=10m/s, αφού μείνει σ' επαφή με το δάπεδο για χρόνο Δt=0,25sec. Να βρείτε:
   Α. Τη μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά τη διάρκεια Δt.
   Β. Τη μέση δύναμη που δέχτηκε η μπάλα.
   Γ. Τη μέση δύναμη που δέχτηκε η μπάλα από το δάπεδο.
3) Ασκ. 2.7 σελ. 65 ΙΤΥΕ.
   Κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας πέφτουν κάθετα σ' ένα υπόστεγο 500 σταγόνες βροχής ανά δευτερόλεπτο με μέση ταχύτητα 17m/s. Οι σταγόνες, που έχουν μέση μάζα $3 \cdot 10^{-5}$kg, δεν αναπηδούν κατά την πτώση τους στο υπόστεγο, και γλυστρούν χωρίς να συσσωρεύονται σ' αυτό.
   Α. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής κάθε σταγόνας καθώς πέφτει στο υπόστεγο;
   Β. Πόση είναι η μέση δύναμη που προκαλείται από τις σταγόνες της βροχής στο υπόστεγο;
4) Ερώτηση 5, σελ. 60, ΙΤΥΕ
   Έστω σώμα που κρέμεται από σχοινί και ηρεμεί. Αν τραβήξουμε απότομα το σχοινί μάλλον θα κοπεί, ενώ αν το τραβήξουμε σιγά - σιγά θα αντέξει. Μπορείτε να εξηγήσετε το γιατί;
5) Ερώτηση 7, σελ. 60, ΙΤΥΕ
   Ερώτηση 10, σελ. 61, ΙΤΥΕ
6) Ένα αυτοκίνητο μάζας m=1000Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=72Km/h και συγκρούεται με ακίνητο εμπόδιο (π.χ. τοίχο). Ένα δεύτερο αυτοκίνητο, ίδιας μάζας και ίδιας ταχύτητας συγκρούεται …σε αχυρώνα. Και τα δύο θα ακινητοποιηθούν μετά τη σύγκρουση. Οι επιπτώσεις θα είναι ίδιες στα δύο αυτοκίνητα; Εξηγήστε.
7) Έχουμε δει ανθρώπους να κόβουν στη μέση ξύλα και άλλα σκληρά αντικείμενα, με απότομα χτυπήματα με το χέρι. Πως το εξηγείται;
8) Δύο σφαίρες με μάζες m_1=20Kg και m_2=10Kg, κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου, $υ_1=υ_2=υ$=4m/s. Να υπολογίσετε την ορμή του συστήματος αν οι σφαίρες κινούνται:
   α) ομόρροπα
   β) αντίρροπα
   γ) σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.
9) Ένα κινητό μάζας m=600Kg, κινείται με ταχύτητα $υ_1$=40m/s. Αρχίζει να φρενάρει ώσπου να αποκτήσει ταχύτητα $υ_2$=10m/s. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του.
10) Μία μπίλια μάζας m=0,2Kg, κινείται πάνω στο τραπέζι του μπιλιάρδου, με ταχύτητα μέτρου $υ_{αρχ}$=40m/s. Ο παίκτης κτυπά τη μπίλια με στέκα, οριζόντια, έτσι ώστε η μπίλια να συνεχίσει να κινείται οριζόντια πάνω στο τραπέζι. Όμως η ταχύτητά της μετά το κτύπημα έχει μέτρο $υ_{τελ}$=20m/s και διεύθυνση κάθετη στην $υ_{αρχ}$. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της μπίλιας.
11) Έστω ένα σώμα μάζας m, ηρεμεί πάνω οριζόντιο επίπεδο, όχι λείο. Στο σώμα τη χρονική στιγμή t_0=0 αρχίζει να ασκείται οριζόντια δύναμη F. Να υπολογίσετε:
   α) τη μεταβολή της ορμής του σώματος στα πρώτα 10s της κίνησης του.
   β) τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος στην αρχή της κίνησης του, και τις χρονικές στιγμές 5s και 7s   απ. α=18m/s^2, $υ_1$=180m/s^2, Δp=36Kg/s, $\frac{\Delta p}{\Delta t} = 3,6N$
   Δίνονται: m=200g, F=4N, μ=0,2, g=10m/s^2.
   Μπορείτε το δεύτερο ερώτημα να το απαντήσετε ανεξάρτητα από το πρώτο;

Ερώτηση 13, σελ. 62, ΙΤΥΕ
Ερώτηση 14, σελ. 62, ΙΤΥΕ
Άσκηση 14, σελ. 66, ΙΤΥΕ

12) Δύο παγοδρόμοι Α και Β έχουν μάζα m και 0,9m αντίστοιχα και στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι από τον άλλο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι. Αν η ορμή που αποκτά ο πρώτος παγοδρόμος είναι p, η ορμή του δεύτερου θα είναι: Α. p Β. 0,9p Γ. -p Δ. -0,9p.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

13) Κομμάτι ξύλου μάζας M=3,9Kg κρέμεται από σχοινί μήκους $l = 1m$. Ένα βλήμα μάζας m=0.1Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ1=100m/s. Να υπολογίσετε το ύψος που ανεβαίνει το ξύλο, όταν το βλήμα:
α) σφηνώνεται και παραμένει μέσα στο ξύλο.
β) βγαίνει από την άλλη πλευρά του ξύλου με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 22m/s$
γ) Ποιο το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάθηκε μετά την κρούση, σε κάθε περίπτωση.
Δίνονται: $g=10m/s^2$.

14) Ένα βαγόνι τραίνου έχει μάζα M=900Kg και μπορεί να κινείται πάνω στις οριζόντιες γραμμές χωρίς τριβές. Ένα κιβώτιο μάζας m=9Kg είναι τοποθετημένο στη σκεπή του βαγονιού. Σώμα μάζας m=1Kg κινείται οριζόντια και πριν την κρούση με το κιβώτιο έχει ταχύτητα μέτρου υ_o=91m/s. Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα που θα αποκτήσουν τα σώματα.

15) Δύο σώματα που κινούνται στην ίδια διεύθυνση και με ίδιες φορές, συγκρούονται ελαστικά και κεντρικά. Τα σώματα έχουν μάζες m_1 και m_2, και αρχικά ταχύτητες υ_1 και υ_2 αντίστοιχα. Να προσδιορίσετε τις ταχύτητες τους μετά την κρούση.
απαντήσεις (χρήσιμες και σε άλλες ασκήσεις):

$$\upsilon_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \qquad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2$$

16) Για τα παραπάνω σώματα να προσδιορίσετε τις ταχύτητες τους μετά την κρούση αν:
α) Η μία σφαίρα αρχικά είναι ακίνητη.
β) Αν οι μάζες των σωμάτων είναι ίσες έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων.

Κρούση και ενέργειες.

17) Δύο σφαίρες Α και Β ίδιας ακτίνας, με μάζες m_1=2m και m_2=m κρέμονται από το ίδιο ύψος με νήματα μήκους $l = 0{,}5m$. Εκτρέπουμε τη σφαίρα m_1 κατά 60^o σε σχέση με την κατακόρυφο και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Να υπολογίσετε:
α) Την ταχύτητα υ_1 της σφαίρας Α πριν την κρούση.
β) Τις ταχύτητες των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση.
γ) Το ύψος από το επίπεδο ηρεμίας στο οποίο θα φτάσει κάθε σφαίρα μετά την κρούση.
Δίνονται: $g=10m/s^2$.

18) Σφαίρα μάζας m_1=1Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1=8m/s και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με σφαίρα ίσης μάζας m_2, που κρέμεται από νήμα μήκους $l = 8m$. Να υπολογίσετε:
α) την τάση του νήματος αμέσως μετά την ελαστική κρούση.
β) το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα m_2.
Δίνονται: $g=10m/s^2$.

Συνδυαστική των παραπάνω

19) Δύο ίδιες σφαίρες Α και Β, με μάζες $m_1=m_2=m$=2Kg κρέμονται από το ίδιο ύψος με νήματα μήκους $l = 1{,}6m$. Εκτρέπουμε τη σφαίρα m_1 κατά 60^o σε σχέση με την κατακόρυφο και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Να υπολογίσετε:
α) την ταχύτητα υ_1 της σφαίρας Α πριν την κρούση.
β) τις ταχύτητες των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση.

Σημείωση: Για ευκολία στους χειρισμούς δέχεστε τα αποτελέσματα άλλης άσκησης που μας λέει ότι επειδή οι μάζες είναι ίσες, έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων. Απλά στο τέλος της άσκησης πρέπει να το αποδείξετε.

γ) το ύψος από το επίπεδο ηρεμίας στο οποίο θα φτάσει κάθε σφαίρα μετά την κρούση.

δ) την τάση του νήματος που συγκρατεί την m_2, αμέσως μετά την ελαστική κρούση.

απ. $υ_1$=4m/s, T=40N

20) Μια βάρκα μάζας m_1=80Kg και μήκους $l = 14m$, βρίσκεται ακίνητη στα ήρεμα νερά της θάλασσας. Μια γυναίκα μάζας m_2=60Kg που βρίσκεται αρχικά ακίνητη στη μια άκρη της βάρκας, αρχίζει να μετακινείται και πάει στην άλλη άκρη της. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση της βάρκας, σε σχέση με την ακτή.

απ. χ=6m

21) Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1=6Kg και m_2=10Kg κινούνται με ταχύτητες αντίθετης φοράς και μέτρου $υ_1$=3m/s και $υ_2$=2m/s αντίστοιχα. Θεωρούμε ότι το Α κινείται προς τα δεξιά και συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Άσκηση 16, σελ. 67, ΙΤΥΕ

22) Ένα όχημα μάζας 2.000Kg συγκρούεται πλαστικά με ένα όχημα μάζας 1.000Kg το οποίο είναι ακίνητο και με λυμένο το χειρόφρενο. Τα δύο οχήματα κινούνται, μετά την σύγκρουση, ως ένα σώμα με ταχύτητα 4m/s.

Α. Ποια ήταν η ταχύτητα του οχήματος των 2.000Kg πριν τη σύγκρουση;

Β. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 1.000Kg;

Γ. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 2.000Kg;

Άσκηση 17, σελ. 67, ΙΤΥΕ

23) Δύο σώματα με μάζες m1=0,4Kg και m2=0,6Kg κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχουν συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες υ1=20m/s και υ2=5m/s αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

Α. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Β. την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Γ. Το διάστημα που θα διανύσει μετά την κρούση το συσσωμάτωμα

1) Ασκ. 2.3 σελ. 65 βιβλίου (ΙΤΥΕ).
Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μια ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24m/s. Αν η μπάλα έχει μάζα 0,5Kg και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με την μπάλα έχει μάζα 0,03s,
α) ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;
β) συγκρίνετε τη δύναμη αυτή με το βάρος του αθλητή. Θεωρείστε ότι η μάζα του ποδοσφαιριστή είναι 70Kg και το g=9,81m/s²^{2}***.***

Α.

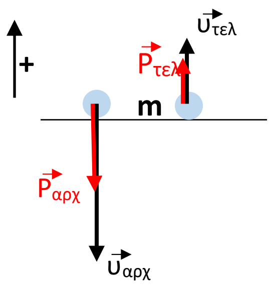
.... F=400N

Β.

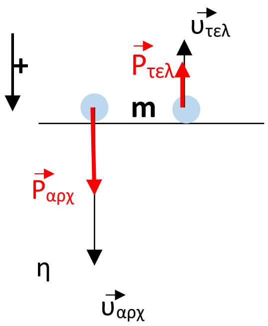
B=mg=70 · 9,81 = 686,7N Δηλ....

2) Ασκ. 2.5 σελ. 65 ΙΤΥΕ.
Μια μπάλα μάζας 0,5Kg αφήνεται να πέσει από τέτοιο ύψος, ώστε να φτάσει στο δάπεδο με ταχύτητα υ1=30m/s. Η μπάλα αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα υ2=10m/s, αφού μείνει σ' επαφή με το δάπεδο για χρόνο Δt=0,25sec. Να βρείτε:
Α. Τη μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά τη διάρκεια Δt.
Β. Τη μέση δύναμη που δέχτηκε η μπάλα.
Γ. Τη μέση δύναμη που δέχτηκε η μπάλα από το δάπεδο.

Α.

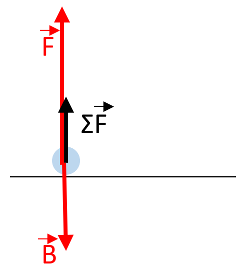


$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}$
$\Delta\vec{p} = m\vec{υ}_{τελ} - m\vec{υ}_{αρχ}$
$\Delta\vec{p} = mυ_{τελ} - m(-υ_{αρχ})$
$\Delta\vec{p} = mυ_{τελ} + mυ_{αρχ}$
Άρα $\Delta\vec{p}$ θετικό.
Φορά προς τα πάνω



$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}$
$\Delta\vec{p} = m\vec{υ}_{τελ} - m\vec{υ}_{αρχ}$
$\Delta\vec{p} = m(-υ_{τελ}) - m(+υ_{αρχ})$
$\Delta\vec{p} = -mυ_{τελ} - mυ_{αρχ}$
Άρα $\Delta\vec{p}$ αρνητικό
Αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η φορά της $\Delta\vec{p}$ είναι αντίθετη αυτής που ορίσαμε σαν θετική.
Άρα φορά ομοίως προς τα πάνω

Και με αριθμητική αντικατάσταση $\Delta p = 20Kg\frac{m}{s}$



<u>Σημείωση 1</u>:
Στη διάρκεια της επαφής με το δάπεδο
στη σφαίρα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:
- Το βάρος της B = mg
- Η δύναμη F από το δάπεδο (μέση τιμή)

Η μέση δύναμη που δέχεται η μπάλα είναι η συνισταμένη τους ΣF, όπου $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$
Η ΣF είναι η συνολική δύναμη που προκαλεί τη μεταβολή της ορμής.

Β.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η μέση Δύναμη F δίνεται από τον τύπο $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

και με αριθμητική αντικατάσταση $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{20}{0,25}N => \Sigma F = 80N$

Γ.

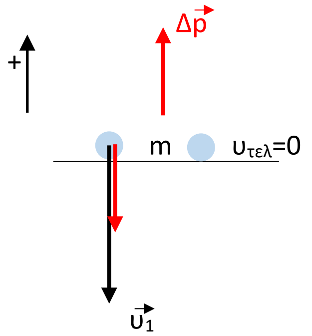
Για τη συνισταμένη δύναμη ισχύει: ΣF=F-B ή F=ΣF+B ή F=85N
(<u>Παρατήρηση 2</u>: Η δύναμη που ασκείται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της επαφής δεν είναι σταθερή. Γι' αυτό ζητάμε τη μέση τιμή, τη μέση δύναμη. Ορθότερος συμβολισμός είναι $\overline{F}$).

3) Ασκ. 2.7 σελ. 65 ΙΤΥΕ.

Κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας πέφτουν κάθετα σ' ένα υπόστεγο 500 σταγόνες βροχής ανά δευτερόλεπτο με μέση ταχύτητα 17m/s. Οι σταγόνες, που έχουν μέση μάζα $3{\cdot}10^{-5}$kg, δεν αναπηδούν κατά την πτώση τους στο υπόστεγο, και γλυστρούν χωρίς να συσσωρεύονται σ' αυτό.

Α. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής κάθε σταγόνας καθώς πέφτει στο υπόστεγο;

Β. Πόση είναι η μέση δύναμη που προκαλείται από τις σταγόνες της βροχής στο υπόστεγο;



Α. $\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}$

$\Delta\vec{p} = m\vec{υ}_{τελ} - m\vec{υ}_{αρχ}$

$\Delta p = 0 - m(-υ_{αρχ})$

$\Delta p = + mυ_{αρχ}$

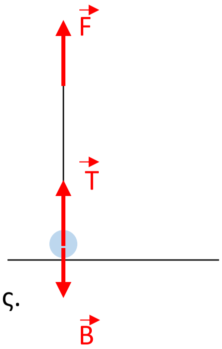
$\Delta p = + 3{\cdot}10^{-5}{\cdot}17$

$\Delta p = + 51{\cdot}10^{-5}{\cdot}Kg\cdot\frac{m}{s}$ Θετικό πρόσημο σημαίνει φορά ίδια προς τη φορά που ορίσαμε θετική.

---

4) Ερώτηση 5, σελ. 60, ΙΤΥΕ

Έστω σώμα που κρέμεται από σχοινί και ηρεμεί. Αν τραβήξουμε απότομα το σχοινί μάλλον θα κοπεί, ενώ αν το τραβήξουμε σιγά - σιγά θα αντέξει. Μπορείτε να εξηγήσετε το γιατί;



Στη σφαίρα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:
- Το βάρος της $\vec{B} = m\vec{g}$
- Η τάση $\vec{T}$ από το σχοινί

Εμείς ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού δύναμη $\vec{F}$, η οποία είναι ίση με την τάση $\vec{T}$ του σχοινιού που ασκείται στη σφαίρα.
Δηλ. T = F

Η σφαίρα, τη στιγμή που αποσπάται από το έδαφος, μεταβάλλεται η ταχύτητα άρα και η ορμή της.

Οι μεταβολές οφείλονται στη συνισταμένη δύναμη ΣF που δέχεται η σφαίρα εκείνη τη στιγμή.

Δηλ. $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{τελ}-p_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{mυ_{τελ}-mυ_{αρχ}}{\Delta t} = m\frac{\Delta υ}{\Delta t}$

Όμως $\Sigma F = T - B$

$\Rightarrow T - B = m\frac{\Delta υ}{\Delta t}$ ή $T = mg + m\frac{\Delta υ}{\Delta t}$ ①

Από την ① συμπεραίνουμε ότι η T άρα και η δύναμη F που ασκούμε εμείς, εξαρτάται από το Δt.

Τα μαθηματικά διδάσκουν ότι όσο μικραίνει το Δt τόσο μεγαλώνει το $\frac{\Delta υ}{\Delta t}$, η δύναμη F μεγαλώνει, η Τάση μεγαλώνει,

Αν τραβήξουμε απότομα το σχοινί ή την πετονιά (μικρό Δt) ξεπερνάμε το όριο θραύσης και κόβονται.

Ορμή ενός σώματος μηδέν, ενώ ο ρυθμός μεταβολής του σώματος διάφορος του μηδενός

5) Ερώτηση 7, σελ. 60, ΙΤΥΕ

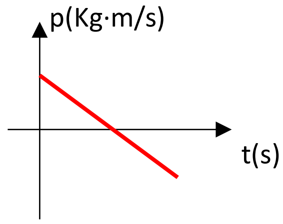
Ερώτηση 10, σελ. 61, ΙΤΥΕ

Έστω ότι έχουμε βολή προς τα πάνω και επιστροφή ξανά στο έδαφος.

Είτε το σώμα ανεβαίνει, είτε κατεβαίνει $\Sigma F = B = σταθ.$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ δίνεται από τη σχέση $\vec{\Sigma F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Άρα ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος $\frac{\Delta p}{\Delta t} = σταθ \neq 0.$



Ταυτόχρονα στο ανώτατο σημείο $\vec{υ} = 0$

Η ορμή ενός σώματος $\vec{p}$ δίνεται από τη σχέση $\vec{p} = m\vec{υ}$

Άρα $\vec{p} = 0$

Άρα μπορεί για ένα σώμα σε κάποια χρονική στιγμή η p=0, ενώ ο $\frac{\Delta p}{\Delta t}$≠0.

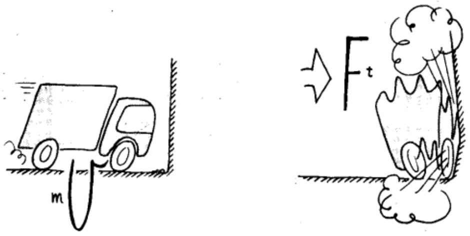
π.χ. βολή προς τα πάνω, με επιστροφή ξανά στο έδαφος

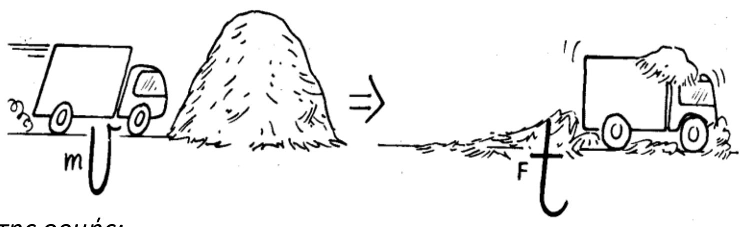
Σημείωση: Στη βολή προς τα πάνω, σε όλη τη διάρκεια της κίνησης (είτε το σώμα ανεβαίνει, είτε κατεβαίνει), η ταχύτητα δίνεται από τη σχέση $\vec{υ} = \vec{υ}_0 + \vec{g}t$ άρα και η ορμή από τη σχέση $\vec{p} = m(\vec{υ}_0 - gt)$. Οι χρόνοι από την αρχή της βολής στο κατώτατο σημείο και τυχόν αρνητικό μέτρο σημαίνει φορά αντίθετη της θεωρηθείσας ως θετική,προς τα πάνω.

6) Ένα αυτοκίνητο μάζας m=1000Kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=72Km/h και συγκρούεται με ακίνητο εμπόδιο (π.χ. τοίχο). Ένα δεύτερο αυτοκίνητο, ίδιας μάζας και ίδιας ταχύτητας συγκρούεται …σε αχυρώνα. Και τα δύο θα ακινητοποιηθούν μετά τη σύγκρουση. Οι επιπτώσεις θα είναι ίδιες στα δύο αυτοκίνητα; Εξηγήστε.

υ=72Km/h=…=20m/s

m=1000Kg





Ίδια Μεταβολή της ορμής:

- σε μικρό χρόνο απαιτεί μεγάλη δύναμη *- σε μεγάλο χρόνο απαιτεί μικρή δύναμη*

Τα κινούμενα αυτοκίνητα έχουν την ίδια ορμή αρχικά. $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = m\upsilon = 1000 \cdot 20 = 2 \cdot 10^4 Kg \cdot \mathrm{m/s}$

Μετά την σύγκρουση και τα δύο $\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} = 0$

Ισχύει : $\Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi}$

ή $\Delta p = 0 - m\upsilon_{\alpha\rho\chi} = -m\upsilon$

αλλά $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\upsilon}{\Delta t}$

Από τα μαθηματικά ξέρουμε ότι: - όταν μεγαλώνει ο αριθμητής, μεγαλώνει το κλάσμα.
- όταν μικραίνει ο παρονομαστής , μεγαλώνει το κλάσμα.

Όσο πιο μικρός είναι ο χρόνος Δt (δηλ. πιο απότομο είναι το χτύπημα) άρα τόσο μεγαλύτερη δύναμη απαιτείται.

Κατά την στιγμή της σύγκρουσης το εμπόδιο ασκεί δύναμη στο όχημα. Στην περίπτωση του αχυρώνα ο χρόνος πρόσκρουσης είναι λίγο μεγαλύτερος έτσι στο όχημα ασκείται λίγο μικρότερη δύναμη και μπορεί να «αντέξει» τη σύγκρουση.

Πως εξηγείτε τα αποτελέσματα μιας σύγκρουσης στο δρόμο κινούμενος με μικρότερη ή μεγαλύτερη ταχύτητα;

Για τον ίδιο λόγο οι αθλητές της πυγμαχίας χρησιμοποιούν γάντια γιατί με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται μικρότερη δύναμη στο πρόσωπο του αντιπάλου. Αντίθετα στην επαγγελματική πυγμαχία έχουν γυμνές τις γροθιές τους.

Ομοίως ο αθλητής του καράτε όταν προσπαθεί να σπάσει ένα τούβλο, σταματά απότομα το χέρι του, ώστε ο χρόνος σύγκρουσης να είναι ο μικρότερος δυνατός με αποτέλεσμα η δύναμη που προκύπτει από την μεταβολή της ορμής του χεριού του να είναι η μεγαλύτερη δυνατή για να σπάσει το τούβλο.

---

7) Έχουμε δει ανθρώπους να κόβουν στη μέση ξύλα και άλλα σκληρά αντικείμενα, με απότομα χτυπήματα με το χέρι. Πως το εξηγείται;

Για να κοπεί το αντικείμενο στη μέση, χωρίς να θρυμματιστεί, πρέπει να ασκηθεί μεγάλη δύναμη F’ που ξεπερνάει τη δύναμη αντοχής του υλικού.

Όταν το χέρι του ανθρώπου χτυπά στο ξύλο, αλλάζει η ταχύτητα του, άρα αλλάζει η ορμή του, άρα πρέπει να υπάρχει δύναμη.

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}$

ή $\Delta p = 0 - m\upsilon_{\alpha\rho\chi} = -m\upsilon$

αλλά $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\upsilon}{\Delta t}$

Από τα μαθηματικά ξέρουμε ότι: - όταν μεγαλώνει ο αριθμητής, μεγαλώνει το κλάσμα.
- όταν μικραίνει ο παρονομαστής , μεγαλώνει το κλάσμα.

Όσο πιο απότομο είναι το χτύπημα τόσο πιο μικρός είναι ο χρόνος Δt άρα τόσο μεγαλύτερη δύναμη απαιτείται.

Ορμή συστήματος σωμάτων.

8) Δύο σφαίρες με μάζες m_1=20Kg και m_2=10Kg, κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου, υ1=υ2=υ=4m/s. Να υπολογίσετε την ορμή του συστήματος αν οι σφαίρες κινούνται:

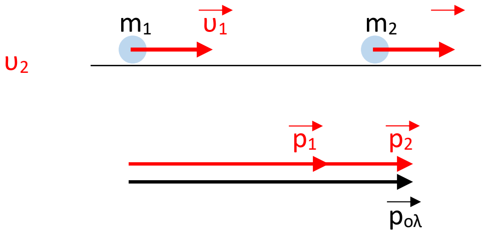
α) ομόρροπα
β) αντίρροπα
γ) σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.

Για το σύστημα δύο σωμάτων γενικά ισχύει: $\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

α) ομόρροπα

\+

διανυσματικά



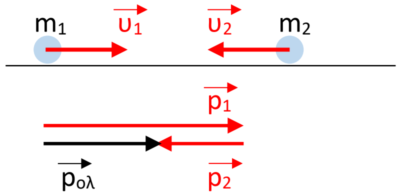
αριθμητικά

$p_{ολ} = p_1 + p_2$
$p_{ολ} = m_1 υ_1 + m_2 υ_2$
$p_{ολ}$ = … = 120Kg·m/s

β) αντίρροπα

\+

διανυσματικά



αριθμητικά

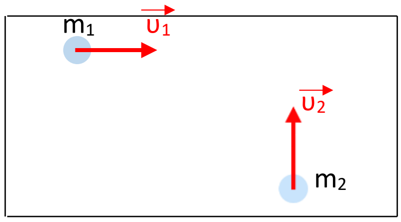
$p_{ολ} = p_1 - p_2$
$p_{ολ} = m_1 υ_1 - m_2 υ_2$
$p_{ολ}$ = … = 40Kg·m/s

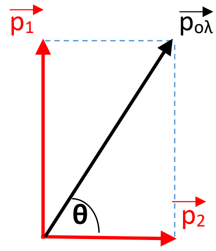
Θετικό πρόσημο σημαίνει:
η $\vec{p}_{ολ}$ έχει φορά εδώ προς τα δεξιά,
όπου όρισα τη θετική φορά.

γ) σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους

\+

διανυσματικά





αριθμητικά

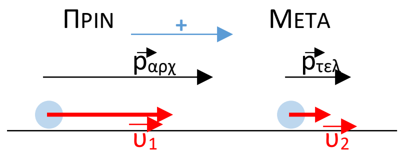
$$p_{ολ} = \sqrt{{p_1}^2 + {p_2}^2}$$
$$p_{ολ} = \sqrt{80^2 + 40^2}$$
$$p_{ολ} \approx 90kg \cdot m/s$$

Η κατεύθυνση της $p_{ολ}$ θα σχηματίζει με την p_2 γωνία θ, με

$$εφθ = \frac{p_1}{p_2}$$

Μεταβολή της ορμής ($p_{αρχ}$ και $p_{τελ}$ έχουν ίδιες δ/νσεις)

9) Ένα κινητό μάζας m=600Kg, κινείται με ταχύτητα $υ_1$=40m/s. Αρχίζει να φρενάρει ώσπου να αποκτήσει ταχύτητα $υ_2$=10m/s. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του.



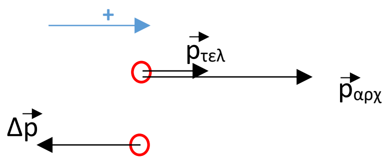
Ορίζουμε αυθαίρετα μια θετική φορά όπως στο σχήμα.

Έχουμε: $\vec{p}_{αρχ} = m \cdot \vec{υ}_{αρχ}$

$\vec{p}_{τελ} = m \cdot \vec{υ}_{τελ}$

και $\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}$

Επειδή έχουν την ίδια δ/νση και φορά η παραπάνω σχέση γράφετε:



$\Delta p = p_{τελ} - (+\, p_{αρχ})$

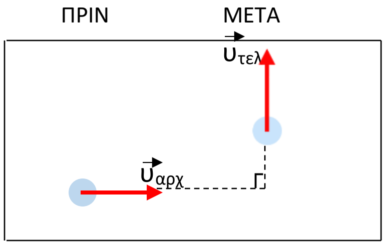
$\Delta p = mυ_2 – mυ1$

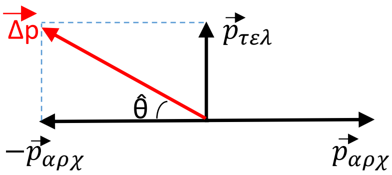
Δp = … = - 18.000Kg·m/s

ΤΟ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣΗΜΟ ΔΕΙΧΝΕΙ ΟΤΙ ΤΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΔΡ ΕΧΕΙ ΦΟΡΑ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΑΥΤΗΣ ΠΟΥ ΟΡΙΣΑΜΕ ΘΕΤΙΚΗ.

Μεταβολή της ορμής ($p_{αρχ}$ και $p_{τελ}$ έχουν διαφορετικές δ/νσεις)

10) Μία μπίλια μάζας m=0,2Kg, κινείται πάνω στο τραπέζι του μπιλιάρδου, με ταχύτητα μέτρου $υ_{αρχ}$=40m/s. Ο παίκτης κτυπά τη μπίλια με στέκα, οριζόντια, έτσι ώστε η μπίλια να συνεχίσει να κινείται οριζόντια πάνω στο τραπέζι. Όμως η ταχύτητά της μετά το κτύπημα έχει μέτρο $υ_{τελ}$=20m/s και διεύθυνση κάθετη στην $υ_1$. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της μπίλιας.





$$\vec{p}_{αρχ} = m \cdot \vec{υ}_{αρχ}$$
$$\vec{p}_{τελ} = m \cdot \vec{υ}_{τελ}$$
$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}$$
ή $\Delta\vec{p} = \vec{p}_{τελ} + (-\vec{p}_{αρχ})$

Η πρόσθεση των $p_{τελ}$ και ($-p_{αρχ}$) με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου μας δίνει το $\Delta\vec{p}$.

Υπολογισμοί $\Delta\vec{p}$

μέτρο: $\Delta p = \sqrt{{p_{αρχ}}^2 + {p_{τελ}}^2} = \sqrt{m \cdot {υ_{αρχ}}^2 + m \cdot {υ_{τελ}}^2}$ ή $\Delta p = 20Kg \cdot \mathrm{m/s}$

διεύθυνση: $εφθ = \frac{p_{τελ}}{p_{αρχ}} = \cdots = \frac{1}{2} = 0,5$ και από τους πίνακες των τριγωνομετρικών αριθμών θ̂≈27°

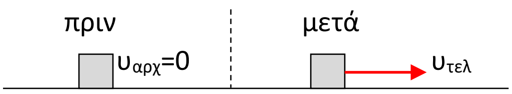
11) Έστω ένα σώμα μάζας m, ηρεμεί πάνω οριζόντιο επίπεδο, όχι λείο. Στο σώμα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αρχίζει να ασκείται οριζόντια δύναμη F. Να υπολογίσετε:

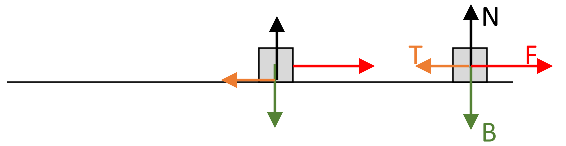
α) τη μεταβολή της ορμής του σώματος στα πρώτα 10s της κίνησης του.

β) τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος στην αρχή της κίνησης του, και τις χρονικές στιγμές 5s και 7s

Δίνονται: m=200g, F=4N, μ=0,2, g=10m/s^2. Απ: α=18m/s^2, $υ_1$=180m/s^2, Δp=36Kg/s, $\frac{\Delta p}{\Delta t} = 3{,}6N$

α1) Με ορμές





$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

$\Delta p = \Sigma F \cdot \Delta t$ και από ③

$\Delta p = (F - T) \cdot \Delta t$

$\Delta p = (F - \mu \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{g}) \cdot \Delta t$

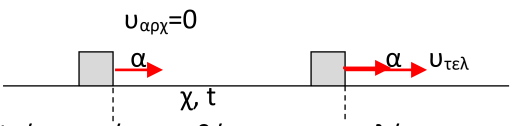
$\Delta p = 36\ Kg \cdot \mathrm{m/s}$

$\Sigma F_x = F - T$ και από ② $\Sigma F_x = F - \mu \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{g}$ ③

$\Sigma F_y = 0$, $N - B = 0$, $N = m \cdot \mathrm{g}$ ①

T$= \mu \cdot \mathrm{N}$ και από ① T$= \mu \cdot m \cdot \mathrm{g}$ ②

α2) Με κινήσεις



Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα ισχύει:

$\chi = \frac{1}{2}\alpha t^2$ και $\upsilon = \alpha t$ και από ③ $\upsilon = \frac{F-\mu\cdot \mathrm{m}\cdot \mathrm{g}}{m}\Delta t$=180m/$s^2$

και $\Sigma F_x = m \cdot \mathrm{a}$, $F - T = m \cdot \mathrm{a}$ και από ② $a = \frac{F-\mu\cdot m\cdot \mathrm{g}}{m}$=18m/$s^2$ ③

$\Sigma F_y = 0$, $N - B = 0$, $N = m \cdot \mathrm{g}$ ①

T$= \mu \cdot \mathrm{N}$ και από ① T$= \mu \cdot m \cdot \mathrm{g}$ ②

Έχουμε $\Delta p = m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - m \cdot \upsilon_{\alpha\rho\chi}$

$\Delta p = 180 \cdot 0{,}2 - 0 = 36Kg \cdot \mathrm{m/s}$

β) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής σε μια δεδομένη χρονική στιγμή ισούται με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα εκείνη τη στιγμή και δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος.

Άρα έχουμε:

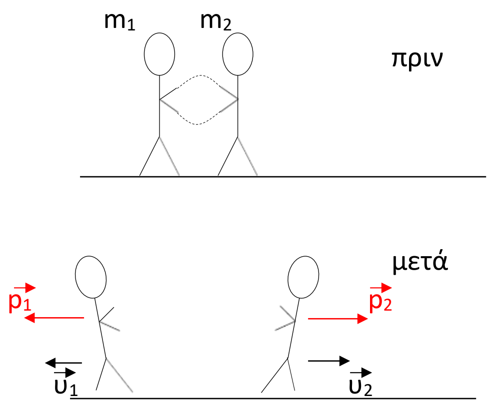
$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F$

$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F - T$

$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F - \mu \cdot m \cdot \mathrm{g} = 3{,}6\mathrm{Kg} \cdot \mathrm{m}/s^2$, ίδιος για κάθε χρονική στιγμή. Και για t=0s και για t=5s και για t=7s.

Ερώτηση 13, σελ. 62, ΙΤΥΕ
Ερώτηση 14, σελ. 62, ΙΤΥΕ
Άσκηση 14, σελ. 66, ΙΤΥΕ

12) Δύο παγοδρόμοι Α και Β έχουν μάζα m και 0,9m αντίστοιχα και στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι από τον άλλο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι. Αν η ορμή που αποκτά ο πρώτος παγοδρόμος είναι p, η ορμή του δεύτερου θα είναι: Α. p Β. 0,9p Γ. -p Δ. -0,9p.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Το σύστημα είναι μονωμένο. Άρα ισχύει Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$
$$\vec{p}_{1(πριν)} + \vec{p}_{2(πριν)} = \vec{p}_{1(μετά)} + \vec{p}_{2(μετά)}$$
$$0 = \vec{p}_{1(μετά)} + \vec{p}_{2(μετά)}$$
$$\vec{p}_{2(μετά)} = -\,\vec{p}_{1(μετά)} \quad ①$$

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι το σώμα 2 έχει ορμή αντίθετης φοράς, της ορμής του σώματος 1.

και τελικά $\vec{p}_2 = -\,\vec{p}$ ← δείχνει μέτρο
δείχνει αντίθετη φορά

Είναι ίσου μέτρου ώστε η συνολική ορμή του συστήματος να είναι ίση με την αρχική, δηλαδή ίση με μηδέν.

Συνεχίζοντας από την ① και ορίζοντας θετική φορά έχουμε:

$$\vec{p}_{2(μετά)} = -\,\vec{p}_{1(μετά)}$$
$$\xrightarrow{+}$$
$$p_{2(μετά)} = -\,(-\,p_{1(μετά)})$$

και τελικά

$$p_{2(μετά)} = +\,p_{1(μετά)}$$

Το + δείχνει ότι η ορμή έχει τη διεύθυνση του σχήματος. ②

Είδαμε ότι ισχύει ή ① $0 = \vec{p}_{1(μετά)} + \vec{p}_{2(μετά)}$

$$0 = m_1\vec{υ}_1 + m_2\vec{υ}_2$$
$$\vec{υ}_2 = -\frac{m_1}{m_2}\vec{υ}_1$$

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι το σώμα 2 έχει ταχύτητα με φορά αντίθετη της ταχύτητος του σώματος 1.

και μέτρου $υ_2 = -\frac{m_1}{m_2}(-υ_1)$

$$υ_2 = +\frac{m}{0{,}9m}υ = +\frac{10}{9}υ$$

Το + δείχνει ότι η ταχύτητα έχει τη διεύθυνση του σχήματος ②

<u>Παρατήρηση:</u>
Αν στη θέση των δύο παγοδρόμων,
- έχω ένα σώμα που διαχωρίζεται σε δύο μέρη σε οριζόντια ή κατακόρυφο κίνηση
- ή έχω ένα σώμα που εκρήγνυται σε δυο μέρη
- ή έχω ένα πύραυλο με τα αέρια του να φεύγουν προς τη γη.

τότε κάνω παρόμοιες σκέψεις με τα παραπάνω.

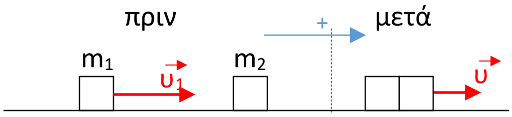
Άσκηση 16, σελ. 67, ΙΤΥΕ

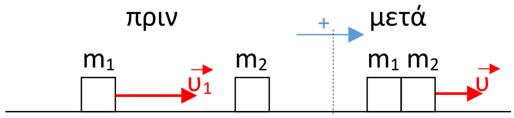
13) Ένα όχημα μάζας 2.000Kg συγκρούεται πλαστικά με ένα όχημα μάζας 1.000Kg το οποίο είναι ακίνητο και με λυμένο το χειρόφρενο. Τα δύο οχήματα κινούνται, μετά την σύγκρουση, ως ένα σώμα με ταχύτητα 4m/s.

Α. Ποια ήταν η ταχύτητα του οχήματος των 2.000Kg πριν τη σύγκρουση;

Β. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 1.000Kg;

Γ. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 2.000Kg;





Α.

Το σύστημα είναι μονωμένο. Άρα ισχύει Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$
$$\vec{p}_{1(πριν)} + \vec{p}_{2(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$
$$\vec{p}_{1(πριν)} + 0 = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$
$$m_1 \cdot \vec{υ}_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{υ}$$

ορίζω θετική φορά →

$$m_1 \cdot υ_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot υ$$
$$υ_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot υ$$
$$υ_1 = \frac{1000+2000}{2000} \cdot 4 = +6 m/s$$

Β.

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2τελ} - \vec{p}_{2αρχ}$$
$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2τελ} - 0$$
$$\Delta\vec{p}_2 = m_2 \cdot \vec{υ} - 0$$
$$\Delta p_2 = m_2 \cdot υ - 0$$
$$\Delta p_2 = 1000 \cdot 4$$
$$\Delta p_2 = +4.000 Kg \cdot \mathrm{m/s}$$

Γ.

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1τελ} - \vec{p}_{1αρχ}$$
$$\Delta\vec{p}_1 = m_1 \cdot \vec{υ} - m_1 \cdot \vec{υ}_1$$
$$\Delta p_1 = m_1 \cdot υ - m_1 \cdot υ_1$$
$$\Delta p_1 = m_1 \cdot (υ - υ_1)$$
$$\Delta p_1 = 2000 \cdot (4 - 6)$$
$$\Delta p_2 = -4.000 Kg \cdot \mathrm{m/s}$$

Το σύστημα είναι μονωμένο. Άρα ισχύει Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$$

ορίζω θετική φορά →

$$m_1 \cdot υ_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot υ$$
$$υ_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot υ$$
$$υ_1 = \frac{1000+2000}{2000} \cdot 4 = +6 m/s$$

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2τελ} - \vec{p}_{2αρχ}$$
$$\Delta p_2 = m_2 \cdot υ - 0$$
$$\Delta p_2 = 1000 \cdot 4$$
$$\Delta p_2 = +4.000 Kg \cdot \mathrm{m/s}$$

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1τελ} - \vec{p}_{1αρχ}$$
$$\Delta p_1 = m_1 \cdot υ - m_1 \cdot υ_1$$
$$\Delta p_1 = m_1 \cdot (υ - υ_1)$$
$$\Delta p_1 = 2000 \cdot (4 - 6)$$
$$\Delta p_2 = -4.000 Kg \cdot \mathrm{m/s}$$

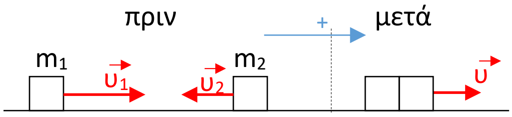
Άσκηση 17, σελ. 67, ΙΤΥΕ

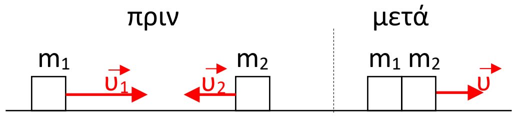
14) Δύο σώματα με μάζες m1=0,4Kg και m2=0,6Kg κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχουν συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες υ1=20m/s και υ2=5m/s αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

Α. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Β. την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Γ. Το διάστημα που θα διανύσει μετά την κρούση το συσσωμάτωμα.





Α.

Το σύστημα είναι μονωμένο. Άρα ισχύει Α.Δ.Ο.

$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

$\vec{p}_{1(πριν)} + \vec{p}_{2(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

$m_1 \cdot \vec{υ}_1 + m_2 \cdot \vec{υ}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{υ}$

ορίζω θετική φορά $\longrightarrow$

$m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2 = (m_1 + m_2) \cdot υ$

$υ = \frac{m_1 υ_1 - m_2 υ_2}{m_1 + m_2} \cdot υ$

$υ = \frac{0{,}4 \cdot 20 - 0{,}6 \cdot 5}{0{,}4 + 0{,}6} = +5 m/s$

\+ σημαίνει φορά της υ όπως στο σχήμα

Το σύστημα είναι μονωμένο. Άρα ισχύει Α.Δ.Ο.

$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)}$

$m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2 = (m_1 + m_2) \cdot υ$

$υ = \frac{m_1 \cdot υ_1 - m_2 υ_2}{m_1 + m_2} \cdot$

$υ = \frac{0{,}4 \cdot 20 - 0{,}6 \cdot 5}{0{,}4 + 0{,}6} = +5 m/s$

\+ σημαίνει η υ έχει ίδια φορά με την ταχύτητα που θεώρησα θετική δηλ. ίδια φορά με $υ_1$

Β.

$ΔK = K_{αρχ} - K_{τελ}$

$ΔK = \frac{1}{2} m_1 \cdot υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot υ_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot υ^2$

$ΔK = 75\, J$

Γ.

Από Θ.Μ.Κ.Ε. έχουμε:

$ΔK = \sum W$ όπου $ΔK = K_{τελ} - K_{αρχ}$

Η μόνη δύναμη είναι η τριβή

$T = μ \cdot N = μ \cdot B = μ \cdot (m_1 + m_2) \cdot g$ όπως έχουμε δει παλαιότερα

$W_T = T \cdot S \cdot συν180^o = -TS$

Και τελικά :

$K_{τελ} - K_{αρχ} = -T \cdot S$

$0 - K_{αρχ} = -μ \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \cdot S$

$0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) υ^2 = -μ \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \cdot S$

$S = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2) υ^2}{μ \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \cdot} =$