

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΡΗΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

Ορισμός: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ φορές}}$

Π.χ.

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$
$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

Όταν η βάση είναι θετικός αριθμός τότε το αποτέλεσμα είναι **πάντα θετικός αριθμός**. Όταν όμως η βάση είναι αρνητικός αριθμός, το αποτέλεσμα εξαρτάται από τον εκθέτη:

- $(-2)^2 = (-2)(-2) = +4$ και γενικά όταν ο εκθέτης είναι άρτιος, το αποτέλεσμα έχει πρόσημο (+).

Π.χ.

$$(-3)^4 = +3^4 = 81$$
$$(-2)^6 = +2^6 = 64$$

- $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$ και γενικά όταν ο εκθέτης είναι περιττός, το αποτέλεσμα έχει πρόσημο (-).

Π.χ

$$(-2)^3 = -2^3 = -8$$
$$(-1)^5 = -1^5 = -1$$

- **ΠΡΟΣΟΧΗ!!** Το συνηθέστερο λάθος που γίνεται στις δυνάμεις είναι να πολ/ζουν κάποιοι τη βάση με τον εκθέτη δηλαδή, $2^3 = 2 \cdot 3 = 6$!! Βέβαια όταν γράφουμε 2^3 εννοούμε $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ (δηλαδή πολ/με το 2 με τον εαυτό του τόσες φορές όσος είναι ο εκθέτης).
- **Παρατηρείστε** επίσης τη διαφορά που έχουν οι συμβολισμοί $(-2)^4$ και -2^4 . Όταν γράφουμε $(-2)^4$ εννοούμε: $(-2)(-2)(-2)(-2) = +16$, ενώ όταν γράφουμε -2^4 εννοούμε: $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$.

Επομένως

Όταν μια παρένθεση υψώνεται σε μία δύναμη, πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη μας και το πρόσημο, ενώ όταν δεν υπάρχει παρένθεση, το πρόσημο παραμένει το ίδιο και υψώνουμε μόνο τον αριθμό.

Ιδιότητες Δυνάμεων

Για να κάνουμε γρήγορα τις πράξεις με τις δυνάμεις μπορούμε να ακολουθούμε κάποιους κανόνες που λέγονται ιδιότητες. Ας θυμηθούμε τις σπουδαιότερες:

(I) $2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^5$

Γενικά: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
δηλαδή όταν έχουμε γινόμενο δυνάμεων με την ίδια βάση **προσθέτουμε** τους εκθέτες.

(II) $\frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 2^{5-2}$

Γενικά: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
δηλαδή όταν έχουμε πηλίκο δυνάμεων με την ίδια βάση τους εκθέτες.

(III) $(2 \cdot 3)^3 = (2 \cdot 3)(2 \cdot 3)(2 \cdot 3) = (2 \cdot 2 \cdot 2)(3 \cdot 3 \cdot 3) = 2^3 \cdot 3^3$

Γενικά: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
δηλαδή για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε δύναμη πρέπει να υψώσουμε ξεχωριστά κάθε του γινομένου στη δύναμη αυτή.

(IV) $\left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{4^4}{3^4}$

Γενικά: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
δηλαδή για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε μια δύναμη πρέπει να υψώσουμε ξεχωριστά

(V) $(2^2)^3 = (2 \cdot 2)^3 = (2 \cdot 2)(2 \cdot 2)(2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

Γενικά: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
δηλαδή όταν θέλουμε να υψώσουμε δύναμη σε δύναμη αρκεί να τους εκθέτες.

Ισχύει ακόμη ότι:

- $a^0=1$, όπου $a \neq 0$ π.χ. $3^0=1$
- $a^{-v}=\frac{1}{a^v}$ π.χ. $4^{-2}=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$

Σημείωση: Η παράσταση 0^0 δεν ορίζεται.

Ας δούμε τώρα πως γίνονται οι πράξεις σε κάποιες παραστάσεις:

π.χ.

$$(-2)^3 \cdot 3 + 2^2 \cdot (-1)^4 = (-8) \cdot 3 + 4 \cdot (+1) = -24 + 4 = -20$$

$$2009^0 - (-2)^3 + (-2^2) = 1 - (-8) + (-4) = 1 + 8 - 4 = 9 - 4 = 5$$

Προτεραιότητα πράξεων

- Δυνάμεις
- Πολ/μοί
- Προσθέσεις-αφαιρέσεις