

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1. Να υπολογίσετε τις ταυτότητες $(\alpha+2\beta)^2$, $(3\alpha+4\beta)^2$
2. Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα:
 $(3-2x)^2$, $(-x^3+3xy^2)^2$, $(x^y-y^x)^2$, $(-x^2+y^3)^2$, $(-\alpha-\beta)^2$, $(\frac{2\alpha}{\sqrt{5}}-\beta\sqrt{5})^2$
3. Να υπολογίσετε τις ταυτότητες $(\alpha+\frac{1}{2}\beta)^2$ $(3\alpha^2+4\alpha\beta)^2$
4. Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα $(x-2)^3$, $(\frac{\alpha^2+\beta^2}{2})^3$.
5. Να γίνουν οι πράξεις: $(2x-3y)(2x+3y)$, $(2x^2y+6)(2x^2y-6)$
6. Να γίνουν οι πράξεις: $(\alpha^3-\beta^3)(\alpha^3+\beta^3)$, $(\frac{x}{\alpha}+2)(\frac{x}{\alpha}-2)$
7. Να υπολογίσετε με τον συντομότερο τρόπο το γινόμενο
 $(3x-2y)(9x^2+4y^2)(3x+2y)$
8. Να γίνουν οι πράξεις:
 - i. $(x+3)^3-3(x+2)^2+3(x+1)^2-x^3$
 - ii. $2(x-1)^3-(3x+2)^2+(5x+2)(5x-2)$
 - iii. $(x+3)(5+2x)(2x-5)-2x(1-4x)^2$.
 - iv. $(x-2)^3-2x(x+1)^2+3(x+1)(x-1)$
 - v. $(x-2)^3-x(3-2x)(3+2x)+2x(3+2x)^2$
 - vi. $(4x+5y)^2+(x+9y)(x-9y)=$
 - vii. $(3\alpha+4\beta)^2-9\alpha^2-24\alpha\beta=$
 - viii. $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}-2)^2$
 - ix. $(\alpha^3+1)^2-(\alpha^2+1)^3+3\alpha^2(\alpha+1)^2$
9. Να γίνουν οι πράξεις: $(x+y)^3+3(x+y)^2(x-y)+3(x+y)(x-y)^2+(x-y)^3$
10. Να γίνουν οι πράξεις: $(x+2)^2-2(x-1)^2-4(x+1)^2+5x^2$
11. Να γίνουν οι πράξεις: $(x+3)^3-3(x+2)^2+3(x+1)^2-x^3$
12. Να γίνουν οι πράξεις: $(2x+1)^3-(3x-1)^2+(2x+8)(2x-8)$
13. Να γίνουν οι πράξεις : $(\alpha-2\beta)^2-3(\alpha-3\beta)^2-(2\alpha+3\beta)(2\alpha-3\beta)$
14. Να γίνουν οι πράξεις : $2\alpha^3(4\alpha^2+3)^2-5(2\alpha+1)^3-3\alpha(4\alpha^3-\alpha^2)(4\alpha^3+\alpha^2)$
15. Να γίνουν οι πράξεις: $(\alpha+\frac{1}{\alpha})^3-(\alpha-\frac{1}{\alpha})^3$

16. Εάν $x=2\sqrt{3}+1$ και $y=2\sqrt{3}-1$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: x^2+y^2+2xy
17. Να αποδείξετε ότι : $(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=4\alpha\beta$
18. Να αποδείξετε ότι : $(\alpha+\beta)^2+2(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)+(\alpha-\beta)^2=4\alpha^2$
19. Να αποδείξετε ότι : $(4x+3y)^2+(3x-4y)^2=25(x^2+y^2)$
20. Να αποδείξετε ότι: $(2x+3y)^2-(2x-3y)^2=24xy$
21. Να αποδείξετε ότι: $\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2-\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2=\alpha\beta$
22. Να αποδείξετε ότι : $(2x-y)^2-(x-2y)^2=3(x+y)(x-y)$
23. Να αποδείξετε ότι : $(x^2+1)(y^2+1)-(xy+1)^2=(x-y)^2$
24. Να αποδείξετε ότι : $(\alpha+\beta)^3-\alpha^3-\beta^3=3\alpha\beta(\alpha+\beta)$
25. Να αποδείξετε ότι: $(\alpha^2-\beta^2)^2+(2\alpha\beta)^2=(\alpha^2+\beta^2)^2$.
26. Να αποδείξετε ότι : $\left(\frac{2x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{2x-y}{2}\right)^2=2xy$
27. Να αποδείξετε ότι: $\frac{(3\sqrt{7}-1)^2-(1+3\sqrt{7})^2}{4\sqrt{7}}=-3$
28. Εάν $x+y=6$ και $x\cdot y=8$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων α) x^2+y^2 β) x^3+y^3 γ) $(x+3)(x-3)$ δ) $(x-y)^2$
29. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες :
- α) $(\dots + \dots)^2 = 9x^2 + 12x + \dots$ β) $(\dots - \dots)^2 = 25x^2 - \dots + 4y^2$
- γ) $(\dots + \dots)^2 = x^2 + 3x + \dots$ δ) $(\dots - \frac{1}{2})^2 = 16x^4 - 12x + \dots$
- ε) $(5 + \dots)(5 - \dots) = \dots - 16x^2$ στ) $(2\alpha + \dots)^3 = \dots + 3 \cdot \kappa \cdot \dots + 3 \cdot \kappa \cdot \dots + 27$
30. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες :
- α) $x^2 + \dots + 16y^2 = (\dots + \dots)^2$ β) $\dots + 6\alpha\beta + \beta^2 = (\dots + \dots)^2$
- γ) $\dots - 12xy + 9y^2 = (\dots - \dots)^2$ δ) $\alpha^2x^4 + \dots + \dots = (\dots + \frac{1}{2}\beta y)^2$
- ε) $x^{2v} + y^{2v} + \dots (\dots + \dots)^2$ στ) $\dots - 8\alpha^2\beta + \dots = (\alpha + \dots)^2$
31. Να αποδείξετε ότι : $(\alpha+\beta)^2 \geq 4\alpha\beta$
32. Αν $(x+y)^2=2(x^2+y^2)$, να αποδείξετε ότι: $x=y$

33. Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 2\alpha\beta$, να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta$.