

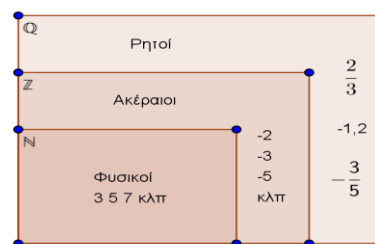
ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ (ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ) – Η ΕΥΘΕΙΑ ΤΩΝ ΡΗΤΩΝ – ΤΕΤΜΗΜΕΝΗ ΣΗΜΕΙΟΥ

Τι θα μάθουμε:

- 1) Τι ονομάζουμε πρόσημα
- 2) Τι ονομάζουμε θετικό αριθμό
- 3) Τι ονομάζουμε αρνητικό αριθμό
- 4) Τι πρόσημο έχει ο αριθμός 0 (μηδέν)
- 5) Ποια η διαφορά ανάμεσα σε έναν αριθμό χωρίς πρόσημο και με πρόσημο « + »
- 6) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι
- 7) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ετερόσημοι
- 8) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ακέραιοι
- 9) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί
- 10) Ποια σχέση έχουν μεταξύ τους οι φυσικοί, οι ακέραιοι και οι ρητοί αριθμοί
- 11) Τι ονομάζουμε άξονα $x'x$
- 12) Τι ονομάζουμε θετικό ημιάξονα
- 13) Τι ονομάζουμε αρνητικό ημιάξονα
- 14) Τι ονομάζεται τετμημένη ενός σημείου

Μαθαίνουμε:

- 1) Πρόσημα λέγονται τα σύμβολα « + » και « - » και τα γράφουμε πριν από τους αριθμούς εκτός από το μηδέν.
- 2) Θετικός αριθμός λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « + »
- 3) Αρνητικός αριθμός λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « - »
- 4) Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός
- 5) Όταν μπροστά από έναν αριθμό δεν έχουμε κανένα πρόσημο, εννοούμε ότι είναι θετικός, δηλαδή έχει πρόσημο « + »
- 6) Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο
- 7) Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο
- 8) Ακέραιοι αριθμοί είναι οι φυσικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς
- 9) Ρητοί αριθμοί είναι αυτοί που μπορούν να γραφούν σε μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους και παρονομαστή διάφορο του μηδενός
- 10) Οι φυσικοί αριθμοί περιέχονται στους ακέραιους, και οι ακέραιοι στους ρητούς



- 11) Άξονα x ονομάζουμε τον ημιάξονα Ox (δεξιά του O) και τον αντικείμενο του Ox' (αριστερά του O) μαζί.
- 12) Θετικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Ox
- 13) Αρνητικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Ox'
- 14) Σε κάθε ρητό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο A ενός άξονα $x'Ox$, ο ρητός αυτός αριθμός ονομάζεται τετμημένη του σημείου A

Λυμένες ασκήσεις

- 1) Από τους παρακάτω αριθμούς, να βρείτε ποιοι είναι θετικοί και ποιοι αρνητικοί:

$$-5, \quad +4, \quad -\frac{3}{5}, \quad 0, \quad \frac{1}{2}, \quad -3,7$$

Λύση:

Θετικοί είναι οι αριθμοί που έχουν πρόσημο « + » ή δεν έχουν πρόσημο.

Οπότε είναι οι αριθμοί: $+4$ και $\frac{1}{2}$

Αρνητικοί είναι οι αριθμοί που έχουν πρόσημο « - ». Οπότε είναι οι

αριθμοί: $-5, \quad -\frac{3}{5}, \quad -3,7$

- 2) Να εκφράσετε με ρητούς αριθμούς τις παρακάτω εκφράσεις:
- a. Αύξηση της θερμοκρασίας κατά 4°C
 - b. Έξοδα 640 €
 - c. 45 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας

Λύση:

a. $+4^\circ \text{C}$

b. -640 €

c. -45 m

- 3) Στα παρακάτω ζεύγη αριθμών, να βρείτε ποιοι αριθμοί είναι ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι:

a. $+7$	b. -5	c. -2	d. 0
$-\frac{1}{3}$	-3	-5	-5
	e. -12	f. $+7$	
	$+4$	8	$+13$

Λύση:

Ομόσημοι: b. c. f.

Ετερόσημοι: a. e.

- 4) Τα σημεία A και B έχουν τετμημένες a και b αντίστοιχα. Να βρείτε την τετμημένη του μέσου M του τμήματος AB , όταν:
- a. $a = +4$ και $b = +12$
 - b. $a = -5$ και $b = -13$

Λύση:

a. Το μήκος του τμήματος AB είναι $AB = OB - OA = 12 - 4 = 8$

Έχουμε $8 : 2 = 4$, οπότε $AM = 4$. Επειδή το σημείο M βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα, η τετμημένη του έχει πρόσημο « + ».

Είναι $OM = OA + AM = 4 + 4 = 8$.

Άρα το σημείο M έχει τετμημένη $+8$

b. Το μήκος του τμήματος AB είναι $AB = OB - OA = 13 - 5 = 8$

Έχουμε $8:2=4$, οπότε $AM=4$. Επειδή το σημείο M βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα, η τετμημένη του έχει πρόσημο « - ».

Είναι $OM=OA+AM=5+4=9$. Άρα το σημείο M έχει τετμημένη -9

Ερωτήσεις κατανόησης

- 1) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.
 - a. Οι ρητοί αριθμοί που δεν έχουν πρόσημο λέγονται
 - b. Δύο αριθμοί που έχουν ίδιο πρόσημο λέγονται
 - c. Ακέραιοι αριθμοί είναι οι μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς
 - d. Θετικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας
- 2) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή (Λ), αν είναι λανθασμένες.

a.	b.	c.

 - a. Το μηδέν είναι αρνητικός αριθμός
 - b. Ένας ρητός αριθμός διάφορος του μηδενός είναι ή θετικός ή αρνητικός
 - c. Οι ετερόσημοι αριθμοί έχουν το ίδιο πρόσημο
- 3) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή (Λ), αν είναι λανθασμένες.
 - a. Ο αριθμός 5 είναι θετικός
 - b. Οι αριθμοί 4 και -7 είναι ετερόσημοι
 - c. Οι αριθμοί +5, +7, 11 είναι ομόσημοι
 - d. Οι αριθμοί -8, 0 είναι ομόσημοι
 - e. Όλοι οι αριθμοί: -2, -3, -5, 7, -11 είναι αρνητικοί
 - f. Στον άξονα x'x ένας θετικός αριθμός βρίσκεται δεξιά ενός αρνητικού αριθμού
 - g. Αν η τετμημένη του A είναι 2 και του B είναι -2, η τετμημένη του μέσου M είναι 0.

a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.

Ασκήσεις

- 1) Από τους παρακάτω αριθμούς, να βρείτε ποιοι είναι θετικοί και ποιοι αρνητικοί: -3, 4, $+\frac{3}{5}$, 0, $-\frac{1}{2}$, +3,7
- 2) Να εκφράσετε με ρητούς αριθμούς τις παρακάτω εκφράσεις:
 - a. Αύξηση της πίεσης κατά 2 μονάδες
 - b. Έσοδα 40 €
 - c. 35 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας
- 3) Στα παρακάτω ζεύγη αριθμών, να βρείτε ποιοι αριθμοί είναι ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι:

a. +5	$-\frac{1}{3}$	b. +5	3	c. -13	-5	-7
d. 0	20	e. -12	-4	f. 7	+8	+13
- 4) Τα σημεία A και B έχουν τετμημένες α και β αντίστοιχα. Να βρείτε την τετμημένη του μέσου M του τμήματος AB, όταν:

$\alpha = +6$ και $\beta = +22$

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΡΗΤΟΥ – ΑΝΤΙΘΕΤΟΙ ΡΗΤΟΙ – ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΡΗΤΩΝ

Τι θα μάθουμε:

- 1) Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού
- 2) Τι ονομάζουμε αντίθετους αριθμούς
- 3) Με τι ισούται η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού
- 4) Με τι ισούται η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού
- 5) Με τι ισούται η απόλυτη τιμή του μηδενός
- 6) Δύο σημεία που βρίσκονται σε ίση απόσταση από την αρχή των αξόνων O και είναι εκατέρωθεν της αρχής O τι τετμημένες έχουν
- 7) Πώς να συγκρίνουμε ρητούς αριθμούς

Μαθαίνουμε:

- 1) Απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a ονομάζουμε την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|a|$.
- 2) Αντίθετοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν την ίδια απόλυτη τιμή, αλλά είναι ετερόσημοι
- 3) Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος αριθμός.
- 4) Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετος του.
- 5) Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.
- 6) Δύο σημεία που βρίσκονται σε ίση απόσταση από την αρχή των αξόνων και είναι εκατέρωθεν της αρχής έχουν τετμημένες, αντίθετους αριθμούς.
- 7) Ο μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.
- 8) Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό
- 9) Το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό
- 10) Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
- 11) Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς αριθμούς είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή.

Λυμένες ασκήσεις

- 1) Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή των ρητών αριθμών:
- a) -4 b) $+\frac{2}{5}$ c) $-2,3$

Λύση:

a) $|-4| = 4$ β $\left| +\frac{2}{5} \right| = \frac{2}{5}$ γ $|-2,3| = 2,3$

2) Να βρείτε τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή 3

Έστω x οι ζητούμενοι αριθμοί τότε: $|x| = 3 \leftrightarrow x = -3$ ή $x = 3$

3) Να βρείτε τις τιμές του x , όταν $|x| = \frac{2}{3}$

$$|x| = \frac{2}{3} \leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ ή } x = \frac{2}{3}$$

4) Να βρείτε τις τιμές του x , όταν $|x| = -\frac{2}{3}$

Δεν υπάρχουν τιμές x που να επαληθεύουν την εξίσωση.

5) Να βρείτε τους αντίθετους των αριθμών:

a) -4 b) $+\frac{2}{5}$ c) $-2,3$

a) $-(-4) = 4$ b) $-\left(+\frac{2}{5}\right) = -\frac{2}{5}$ c) $-(-2,3) = 2,3$

6) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

a) $-4 \dots +2$ b) $+\frac{2}{5} \dots \frac{5}{2}$ c) $-2,3 \dots -4,7$

Ερωτήσεις κατανόησης

- 1) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:
 - a. Απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a ονομάζουμε την του σημείου με τετμημένη a από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με
 - b. Αντίθετοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν την ίδια , αλλά είναι
 - c. Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο αριθμός.
 - d. $|0| = \dots$
 - e. Αν $a > 0$ και $\beta < 0$, τότε $a \dots \beta$
 - f. Αν $a < 0$, $\beta < 0$ και $|a| < |\beta|$ τότε $a \dots \beta$
 - g. Οι αριθμοί έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.
- 2) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
 - a. Ισχύει $|a| \geq 0$ για οποιοδήποτε ρητό αριθμό a
 - b. Αν $a > 0$, τότε $|a| = a$

- c. Αν $a > 0$, $\beta > 0$ και $|a| > |\beta|$, τότε $\beta > a$
- d. Δύο αντίθετοι μη μηδενικοί αριθμοί είναι ετερόσημοι
- e. Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετος του
- f. Δύο σημεία με τετμημένες αντίθετους αριθμούς είναι συμμετρικά ως προς την αρχή Ο του άξονα x'x.

a.	b.	c.	d.	e.	f.

- 3) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

- | | |
|--|-----------------------|
| a) $ -7 = \dots$ | b) $ -6 \dots +6 $ |
| c) $\left +\frac{5}{2} \right = \dots$ | d) $-(-7) \dots 7$ |
| e) $-(+5) = \dots$ | f) $-(+7) \dots -7$ |
| g) $-(-11) = \dots$ | h) $-5 \dots 0$ |
| i) $ +7 \dots +2 $ | j) $+7 \dots 8$ |
| k) $ -5 \dots -11 $ | l) $7 \dots -8$ |
| m) $ -7 \dots +3 $ | n) $-8 \dots -10$ |

Ασκήσεις

- Να βρείτε τις απόλυτες τιμές των παρακάτω αριθμών:
i. 2 ii. -3 iii. 2,3 iv. $-\frac{1}{2}$ v. -0,7
- Να βρείτε τους αντίθετους των παρακάτω αριθμών:
i. 2 ii. -3 iii. 2,3 iv. $-\frac{1}{2}$ v. -0,7
- Να διατάξετε όλους τους παρακάτω αριθμούς ξεκινώντας από το μικρότερο και καταλήγοντας στο μεγαλύτερο:
i. 2 ii. -3 iii. 2,3 iv. $-\frac{1}{2}$ v. -0,7
- Να συγκρίνετε τους αριθμούς σε κάθε ζευγάρι και να σημειώσετε ανάμεσα τους το κατάλληλο σύμβολο ανισότητας (<,>):
(α) -9 ... -7 (β) -7 ... -9 (γ) -3 ... 1
(δ) -2 ... 3 (ε) 0 ... -1 (στ) -2 ... 0
(ζ) 3 ... 0 (η) 2 ... $\frac{3}{2}$ (θ) 2 ... -2
- Να βρείτε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο αριθμός x σε κάθε περίπτωση:
i. $|x| = 7$ ii. $|x| = \frac{1}{2}$ iii. $|x| = 2,5$
iv. $|x| = 0$ v. $|x| = 3\frac{1}{4}$ vi. $|x| = -3$

- Να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί:

Αριθμός	-3,3	+5,6	-1,3	0	+7,8	-3
Απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί από την αρχή του άξονα						

- Τοποθέτησε ένα “x” στην αντίστοιχη θέση

	Σωστό	Λάθος
(α) Ισχύει η ανισότητα: $-3 < 20$		
(β) Ισχύει η ανισότητα: $-3 > -21$		
(γ) Στην ανισότητα $2,4 < x < 5,7$ ο x μπορεί να πάρει 2 ακέραιες τιμές		
(δ) Υπάρχουν 7 ακριβώς ακέραιοι που αληθεύουν τη σχέση: $-3 \leq x \leq +3$		
(ε) Δύο ακέραιοι με ίδιο πρόσημο είναι αντίθετοι.		

7.5 & 7.6 Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση ρητών αριθμών**Τι θα μάθουμε:**

- 1) Να πολλαπλασιάζουμε ρητούς αριθμούς
- 2) Τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού ρητών αριθμών
- 3) Να υπολογίζουμε γινόμενο πολλών παραγόντων
- 4) Να διαιρούμε ρητούς αριθμούς

Μαθαίνουμε:

- 1) Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε
 - Το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι
 - Το πρόσημο -, αν είναι ετερόσημοι
- 2) Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού
 - $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$ (αντιμεταθετική ιδιότητα)
 - $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$ (προσεταιριστική ιδιότητα)
 - $1 \cdot \alpha = \alpha$ (το 1 ουδέτερο στοιχείο ως προς τον πολλαπλασιασμό)
 - $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ (επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση)
 - $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$ (επιμεριστική ιδιότητα ως προς την αφαίρεση)
 - $\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$ (ο $\frac{1}{\alpha}$ αντίστροφος του α)
 - $0 \cdot \alpha = 0$ (το 0 απορροφητικό στοιχείο ως προς τον πολλαπλασιασμό)
- 3) Α. Για να πολλαπλασιάσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι 0), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους, και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό)
 - Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό)Β. Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με το μηδέν
Γ. Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού χρησιμοποιείται μόνο μεταξύ αριθμών, αλλιώς παραλείπεται.
- 4) Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:
 - Το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι
 - Το πρόσημο -, αν είναι ετερόσημοι
- 5) $\frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$
- 6) Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται

- 7) Το πηλίκο της διαίρεσης $\alpha : \beta$ ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται λόγος του α προς το β και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$

Λυμένες ασκήσεις

- 1) Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

a. $(+2) \cdot (+15)$	b. $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{25}{21}\right)$
c. $(-3) \cdot (-5)$	d. $-4 \cdot \left(-\frac{7}{12}\right)$
e. $(+3) \cdot (-12)$	f. $3 \cdot (-2,12)$
g. $(-7) \cdot (+5)$	h. $-2,5 \cdot \frac{4}{5}$

Λύση:

a. $(+2) \cdot (+15) = 30$	b. $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{25}{21}\right) = -\frac{5}{7}$
c. $(-3) \cdot (-5) = 15$	d. $-4 \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) = \frac{7}{3}$
e. $(+3) \cdot (-12) = -36$	f. $3 \cdot (-2,12) = -6,36$
g. $(-7) \cdot (+5) = -35$	h. $-2,5 \cdot \frac{4}{5} = -2$

- 2) Να υπολογίσετε τα πηλίκα:

a. $-36 : (-9)$	b. $\frac{-3,6}{-1,2}$
c. $\frac{-63}{7}$	d. $-\frac{4}{5} : (-12)$

Λύση:

- a. $-36 : (-9) = 4$
 b. $\frac{-3,6}{-1,2} = 3$
 c. $\frac{-63}{7} = -9$
 d. $-\frac{4}{5} : (-12) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$

Ερωτήσεις κατανόησης

- 1) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.
 - a. Αν οι αριθμοί a και β είναι ομόσημοι, τότε $a\beta \dots 0$
 - b. Αν $a > 0$ και $\beta < 0$, τότε $a\beta \dots 0$
 - c. Αν $a\beta < 0$, τότε οι αριθμοί a και β είναι
 - d. Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι
 - e. Το πρόσημο του γινομένου πολλών μη μηδενικών παραγόντων εξαρτάται από το πλήθος των παραγόντων
 - f. Το πηλίκο ομόσημων αριθμών έχει πρόσημο
 - g. Αν $a > 0$ και $\beta < 0$, τότε $\frac{a}{\beta} \dots 0$
 - h. $\frac{a}{\beta} = a \cdot \frac{\dots}{\dots}$
 - i. Αν $\beta \neq 0$, τότε η εξίσωση $\beta x = a$, έχει μοναδική λύση την $x = \frac{\dots}{\dots}$
 - j. Διάρθρωση με διαιρέτη το 0
- 2) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
 - a. Το πρόσημο του γινομένου δύο αρνητικών ρητών είναι -
 - b. Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ετερόσημοι
 - c. Αν $a \cdot \beta = 7$, τότε οι αριθμοί a και β είναι θετικοί
 - d. Αν $a \cdot \beta = -2$, τότε οι αριθμοί a και β είναι ετερόσημοι
 - e. Το πηλίκο θετικών αριθμών είναι θετικός αριθμός
 - f. Αν $a < 0$ και $\beta > 0$, τότε $\frac{a}{\beta} < 0$
 - g. Αν $\frac{1}{a} < 0$, τότε $a < 0$
 - h. Η εξίσωση $ax = \beta$ ($a \neq 0$) έχει μοναδική λύση την $x = \frac{\beta}{a}$
 - i. $\frac{-7}{5} < 0$
 - j. $\frac{-4}{-13} > 0$
 - k. $\frac{3}{-5} > 0$
 - l. $\frac{-1}{-3} > \frac{8}{-3}$

a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.	i.	j.	k.	l.

Ασκήσεις

1. Να υπολογιστούν τα παρακάτω γινόμενα:

i. $(+5) \cdot (+7)$	ii. $(-8) \cdot (+9)$	iii. $(+10) \cdot (-4)$
iv. $(-3,5) \cdot (-0,6)$	v. $(+1,4) \cdot (+2,3)$	vi. $(-0,7) \cdot (+0,8)$

2. Να υπολογιστούν τα παρακάτω γινόμενα:

i. $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$	ii. $(-9) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)$
iii. $\left(+\frac{1}{5}\right) \cdot \left(+\frac{2}{3}\right)$	iv. $\left(+9\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$

3. Να εκτελεστούν οι παρακάτω πράξεις:

- i. $(+2) \cdot (-3) - (+5) \cdot (-8) + (-9) \cdot (-6) - 3 \cdot (-10)$
ii. $(+5) \cdot (-2) + (-9) \cdot (-1) - (+8) \cdot (-3) - (-7) \cdot 4$
iii. $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(+\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(+\frac{5}{8}\right)$

4. Να υπολογισθούν τα παρακάτω γινόμενα:

- i. $(+3) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (+4) \cdot (-7)$
ii. $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (+1) \cdot (-10)$
iii. $(-3) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (-1)$

5. Να εκτελεστούν οι παρακάτω πράξεις:

- i. $(+2) \cdot (-3) \cdot (-5) - (+1) \cdot (-7) \cdot (+2) + (-2) \cdot (-4) \cdot (+6)$
ii. $(-5) \cdot (-1) \cdot (+10) - (+2) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot (+5)$
iii. $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right).$

6. Να εκτελεστούν οι παρακάτω πράξεις:

- i. $[(-4) \cdot (+9) \cdot (-2)] \cdot (-7)$
ii. $[(-5) \cdot (+7) \cdot (-10)] \cdot [(-1) \cdot (+2) \cdot (-8)]$
iii. $[2 \cdot (-8) \cdot (+3)] \cdot [(-5) \cdot (-1) \cdot (+4)] \cdot [(+4) \cdot (+1) \cdot (-10)].$

7. Να εκτελεστούν οι παρακάτω πράξεις:

- i. $(-4 + 6 + 6 - 5) \cdot (+3 - 8)$
ii. $(-6 + 8 - 4 - 12) \cdot (5 - 9)$
iii. $(-2 + 5) \cdot (4 - 8) \cdot (3 - 11).$

8. Συμπληρώστε τον πίνακα:

•	-1	$-\frac{1}{2}$	0	+2	+3
-2					
-3,2					
$+\frac{3}{2}$					
+10					

9. Συμπληρώστε τον πίνακα:

x	y	z	ω	A=xyz	B=yxω	Γ=xA-B	AB+Γ
-2	0,5	+1	-3				
$-\frac{1}{2}$	+6	-4	-0,3				
-2	$+\frac{3}{2}$	0,2	-7				

10. Να εκτελεστούν οι παρακάτω διαιρέσεις:

i. $(+30) \div (+5)$	ii. $(-20) \div (-4)$	iii. $(-32) \div (+8)$
iv. $(+45) \div (-9)$	v. $(-75) \div (+6)$	vi. $(+87) \div (-3)$
vii. $(+4,5) \div (-0,9)$	viii. $(-8,75) \div (+0,25)$	ix. $(-1,25) \div (+0,25)$

11. Να υπολογιστεί η τιμή του πηλίκου $\frac{\alpha}{\beta}$ αν:

i. $\alpha = -216$ και $\beta = 18$	ii. $\alpha = 248$ και $\beta = -12$
iii. $\alpha = -350$ και $\beta = -25$	iv. $\alpha = 12,6$ και $\beta = -1,8$
v. $\alpha = -5,64$ και $\beta = 0,6$	vi. $\alpha = 29,6$ και $\beta = -0,4$

12. Να υπολογιστούν τα παρακάτω πηλικά:

i. $\left(+\frac{3}{4}\right) \div \left(+\frac{5}{6}\right)$	ii. $\left(-\frac{1}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)$
iii. $\left(-\frac{7}{8}\right) \div \left(+\frac{3}{4}\right)$	iv. $\left(+\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{3}\right)$
v. $\left(-2\frac{1}{2}\right) \div \left(+1\frac{1}{4}\right)$	vi. $\left(-5\frac{1}{3}\right) \div \left(-2\frac{1}{5}\right)$
vii. $\left(+5\frac{1}{2}\right) \div \left(+1\frac{1}{3}\right)$	viii. $(-3) \div \left(+4\frac{3}{5}\right)$

13. Να υπολογιστούν οι παρακάτω πράξεις:

- $[(-24) \div (+3)] - [(-18) \div (-6)] + [(+36) \div (-9)]$
- $[(+5) \cdot (-4)] - [(-375) \div (-25)] + (-4 + 12 - 7)$

14. Να υπολογιστούν οι παρακάτω πράξεις:

- $(-8 + 12 - 24 + 2 - 10) \div (+2)$
- $(-24 + 15 - 27 + 18 - 30) \div (-3)$
- $\left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{2}{5} - 1 + \frac{7}{8}\right) \div \left(-\frac{1}{2}\right)$

15. Να υπολογιστούν οι παρακάτω πράξεις:
- $(-16 + 24 - 40) \div (-4) - (-27 + 12 - 30) \div (-3)$
 - $\left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{5} - \frac{7}{10} + \frac{1}{4}\right) \div \left(-\frac{1}{3}\right).$
16. Να υπολογιστούν οι παρακάτω πράξεις:
- $[(+5)(-12) - (-20)(+6)] \div (-4)$
 - $[(-6) \cdot 7 \cdot (-15) \cdot 8] \div (-15).$
17. Συμπληρώστε τον πίνακα:

x	y	x+y	x-y	xy	x:y
$-\frac{7}{3}$	$\frac{5}{-6}$				
1,7	2,3				
$-\frac{4}{5}$	-1				

7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών

Τι θα μάθουμε:

- 1) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται περιοδικοί δεκαδικοί
- 2) Τι ονομάζουμε περίοδο ενός περιοδικού δεκαδικού αριθμού
- 3) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται απλοί περιοδικοί δεκαδικοί αριθμοί
- 4) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται μεικτοί περιοδικοί δεκαδικοί αριθμοί
- 5) Πως συμβολίζουμε τους περιοδικούς δεκαδικούς αριθμούς
- 6) Πως μετατρέπουμε έναν περιοδικό δεκαδικό αριθμό σε κλασματικό

Μαθαίνουμε:

- 1) Περιοδικός δεκαδικός αριθμός ονομάζεται ο δεκαδικός που έχει άπειρα δεκαδικά ψηφία, τα οποία από ένα ορισμένο ψηφίο και πέρα επαναλαμβάνονται τα ίδια και με ίδια τάξη.
πχ (α) $3,132132132\dots$ (β) $0,12454545\dots$
- 2) Περίοδος ενός περιοδικού δεκαδικού αριθμού, ονομάζεται η ομάδα των δεκαδικών ψηφίων που επαναλαμβάνονται.
πχ
(α) για τον αριθμό $3,132132132\dots$ περίοδος είναι τα ψηφία 132
(β) για τον αριθμό $0,12454545\dots$ περίοδος είναι τα ψηφία 45
- 3) Απλός περιοδικός δεκαδικός αριθμός ονομάζεται ο περιοδικός δεκαδικός αριθμός που η περίοδος τους αρχίζει αμέσως μετά την υποδιαστολή.
πχ ο αριθμός $3,132132132\dots$
- 4) Μεικτός περιοδικός δεκαδικός αριθμός ονομάζεται ο περιοδικός δεκαδικός αριθμός που η περίοδος του δεν αρχίζει αμέσως μετά την υποδιαστολή.
πχ ο αριθμός $0,12454545\dots$
- 5) Συμβολίζουμε έναν περιοδικό δεκαδικό αριθμό βάζοντας μια παύλα πάνω από τα ψηφία της περιόδου.
πχ
(α) $3,132132132\dots = 3,\overline{132}$
(β) $0,12454545\dots = 0,12\overline{45}$
- 6) Κάθε ρητός αριθμός μπορεί να γραφεί με τη μορφή δεκαδικού ή περιοδικού δεκαδικού αριθμού.
- 7) Κάθε απλός περιοδικός δεκαδικός αριθμός με ακέραιο μέρος 0 (μικρότερος από 1) είναι ισοδύναμος με κλάσμα που έχει αριθμητή τη περίοδο του και παρονομαστή τον αριθμό που σχηματίζεται από τόσα 9, όσα είναι τα ψηφία του.
πχ
$$0,\overline{32} = \frac{32}{99}$$

- 8) Κάθε απλός περιοδικός δεκαδικός αριθμός με ακέραιο μέρος διάφορο του 0, γράφεται σαν άθροισμα του ακέραιου μέρους και του δεκαδικού του.

πχ

$$4, \overline{32} = 4 + 0, \overline{32} = 4 + \frac{32}{99} = \frac{4 \cdot 99 + 32}{99} = \frac{396 + 32}{99} = \frac{428}{99}$$

- 9) Κάθε μεικτός περιοδικός δεκαδικός αριθμός είναι ισοδύναμος με κλάσμα που έχει αριθμητή τον αριθμό που σχηματίζεται από τα ψηφία του μη περιοδικού μέρους του και μιας περιόδου, ελαττωμένο κατά το μη περιοδικό του μέρος και παρονομαστή, που σχηματίζεται με τόσα 9, όσα είναι τα ψηφία της περιόδου, ακολουθούμενα από τόσα μηδενικά όσα δεκαδικά ψηφία έχει το μη μηδενικό περιοδικό μέρος.

πχ

$$0,32\overline{14} = \frac{3214 - 32}{9900} = \frac{3182}{9900}$$

Λυμένες ασκήσεις

- 1) Να βρεθεί η δεκαδική μορφή των ρητών:

(α) $-\frac{17}{10}$

(β) $\frac{7}{8}$

(γ) $\frac{7}{12}$

(δ) $\frac{14}{11}$

(ε) $\frac{23}{22}$

(α) $-\frac{17}{10} = -1,7$

(β) $\frac{7}{8} = 0,875$

(γ) $\frac{7}{12} = 0,58\overline{3}$

(δ) $\frac{14}{11} = 1,2\overline{7}$

(ε) $\frac{23}{22} = 1,0\overline{45}$

- 2) Να βρεθεί η κλασματική μορφή των αριθμών:

(α) $3,14$

(β) $3,\overline{7}$

(γ) $0,\overline{17}$

(δ) $7,4\overline{32}$

(ε) $12,12\overline{3}$

(α) $3,14 = \frac{314}{100} = \frac{314 : 2}{100 : 2} = \frac{157}{50}$

(β)

1ος τρόπος	2ος τρόπος
$x = 3,\overline{7}$	$x = 3,\overline{7}$
$x = 3,777\ldots$	$x = 3,777\ldots$
$10x = 37,777\ldots$	$10x = 37,777\ldots$
$10x - x = 37,777\ldots - 3,777\ldots$	$10x = 34 + 3,777\ldots$
$9x = 34$	$10x = 34 + x$
$x = \frac{34}{9}$	$10x - x = 34$
	$9x = 34$
	$x = \frac{34}{9}$

3ος τρόπος

$$3,\overline{79} = 3 + 0,\overline{7} = 3 + \frac{7}{9} = \frac{3 \cdot 9 + 7}{9} = \frac{27 + 7}{9} = \frac{34}{9}$$

(γ)

1ος τρόπος	2ος τρόπος
$x = 0,\overline{17}$	$x = 0,\overline{17}$
$x = 0,171717\ldots$	$x = 0,171717\ldots$
$100x = 17,171717\ldots$	$100x = 17,171717\ldots$
$100x - x = 17,171717\ldots - 0,171717\ldots$	$100x = 17 + 0,171717\ldots$
$99x = 17$	$100x = 17 + x$
$x = \frac{17}{99}$	$100x - x = 17$
	$99x = 17$
	$x = \frac{17}{99}$

3ος τρόπος

$$0,\overline{17} = \frac{17}{99}$$

(δ)

1ος τρόπος	2ος τρόπος
$x = 7,\overline{432}$	$x = 7,\overline{432}$
$x = 7,4323232\ldots$	$x = 7,4323232\ldots$
$10x = 74,323232\ldots$	$10x = 74,323232\ldots$
$1000x = 7432,323232\ldots$	$1000x = 7432,323232\ldots$
$1000x - 10x = 7432,323232\ldots - 74,323232\ldots$	$1000x = 7358 + 74,323232\ldots$
$990x = 7358$	$1000x = 7358 + 10x$
$x = \frac{7358}{990}$	$1000x - 10x = 7358$
	$990x = 7358$
	$x = \frac{7358}{990}$

3ος τρόπος

$$7,\overline{432} = 7 + 0,\overline{432} = 7 + \frac{432 - 4}{990} = 7 + \frac{428}{990} = \frac{7 \cdot 990 + 428}{990} = \frac{6930 + 428}{990} = \frac{7358}{990}$$

(ε)

1ος τρόπος	2ος τρόπος
$x = 12,\overline{123}$	$x = 12,\overline{123}$
$x = 12,12333\ldots$	$x = 12,12333\ldots$
$100x = 1212,333\ldots$	$100x = 1212,333\ldots$
$1000x = 12123,333\ldots$	$1000x = 12123,333\ldots$
$1000x - 100x = 12123,333\ldots - 1212,333\ldots$	$1000x = 10911 + 1212,333\ldots$

$$900x = 10911$$

$$x = \frac{10911}{900}$$

$$1000x = 10911 + 100x$$

$$1000x - 100x = 10911$$

$$900x = 10911$$

$$x = \frac{10911}{900}$$

Ασκήσεις

1. Βρες τη δεκαδική μορφή των ρητών:

i. $-\frac{15}{10}$ ii. $\frac{5}{8}$ iii. $\frac{13}{14}$ iv. $\frac{20}{11}$ v. $\frac{32}{31}$

2. Βρες τη δεκαδική μορφή των αριθμών:

i. 57,92 ii. $2,\overline{8}$ iii. $3,\overline{83}$ iv. $7,4\overline{561}$ v. $15,3\overline{99}$

3. Βρες μια άλλη δεκαδική μορφή των αριθμών:

i. $2,\overline{9}$ ii. $7,6\overline{9}$ iii. $7,325\overline{9}$ iv. $7,4\overline{561}$ v. $15,3\overline{99}$