

ΣΥΧΝΑ ΛΑΘΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ....

1. ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΟΜΟΣΗΜΩΝ- ΕΤΕΡΟΣΗΜΩΝ

Σε ομόσημους κάνω πρόσθεση και βάζω το κοινό τους πρόσημο

Σε ετερόσημους κάνω αφαίρεση και βάζω το πρόσημο του μεγαλύτερου αριθμού

$$\begin{aligned}\text{πχ. } +3 + 2 &= +5 \\ +3 - 2 &= +1 \\ -3 + 2 &= -1 \\ -2 - 3 &= -5\end{aligned}$$

ΧΡΗΣΙΜΟ

Κάθε αριθμός χωρίς πρόσημο δεχόμαστε ότι είναι θετικός, δηλαδή $a = +a$ πχ. $3 = +3$

2. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ, ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΟΜΟΣΗΜΩΝ- ΕΤΕΡΟΣΗΜΩΝ

Σε ομόσημους βάζουμε πρόσημο (+) ,
ενώ σε ετερόσημους (-)

$$\begin{aligned}\text{πχ. } +3(+5) &= +15 \\ +3(-5) &= -15 \\ -3(+5) &= -15 \\ -3(-5) &= +15\end{aligned}$$

α	β	$\alpha \cdot \beta$	$\alpha : \beta$
+	+	+	+
+	-	-	-
-	+	-	-
-	-	+	+

3. ΔΥΝΑΜΕΙΣ

$$a^v = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{v \text{ φορές πολλ/σμος}}$$

$$a^0 = 1$$

$$3^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$5^1 = 5$$

$$a^2 = a \cdot a \text{ "στο τετράγωνο"}$$

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$$

$$a^3 = a \cdot a \cdot a \text{ "στον κύβο"}$$

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$$

προσοχή: $-a^2 = -(a^2)$ ενώ $(-a)^2 = +a^2$ δηλαδή $-3^2 = -9$, ενώ $(-3)^2 = +9$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}, \text{ "αντίστροφος του } a"$$

$$7^{-1} = \frac{1}{7}$$

$$a^{-v} = \frac{1}{a^v} \quad \text{πχ. } 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{1}{16 \cdot 4} = \frac{1}{64}$$

ΣΥΧΝΑ ΛΑΘΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ....

4. ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΡΙΖΕΣ

$$\left(\sqrt{}3\right)^2 = 3, \quad \left(\sqrt{}5\right)^2 = 5$$

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{0} = 0, \quad \sqrt{1} = 1, \quad \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3, \quad \dots, \quad \sqrt{64} = 8$$

$$\text{Αν } a \geq 0 \text{ τότε } (\sqrt{a})^2 = a \text{ και } \sqrt{a^2} = a$$

$$\text{Γενικά } \sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

Κάνω πρόσθεση, αφαίρεση ριζών μόνο όταν έχω ίδιες ρίζες, σαν την αναγωγή

$$2 + \sqrt{3} = \text{ΤΙΠΟΤΑ}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \text{ΤΙΠΟΤΑ}$$

$$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$$

$$5 \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3} = 12\sqrt{6}$$

$$3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} = 6\left(\sqrt{}7\right)^2 = 6 \cdot 7 = 42$$

ΣΥΧΝΑ ΛΑΘΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ...

5. ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

ΧΡΗΣΙΜΟ Κάθε αριθμός που δεν είναι κλάσμα γράφεται σαν κλάσμα με παρονομαστή την μονάδα, δηλαδή $a = \frac{a}{1}$ πχ. $7 = \frac{7}{1}$

Ομώνυμα κάνουμε μόνο σε πρόσθεση - αφαίρεση, όχι σε πολλαπλασιασμό - διαίρεση
Ομώνυμα $\rightarrow$ κλάσματα με τον ίδιο παρονομαστή (το ΕΚΠ των παρονομαστών).

$$\otimes \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

$$(\div) \alpha. \quad \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

(αντιστρέφω διαιρέτη, αντί για διαίρεση κάνω πολλαπλασιασμό)

$$\beta. \text{ σύνθετο κλάσμα } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^0 = 1, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-1} = \frac{\beta}{\alpha}, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$$

(+), (-) ομώνυμα, αφού βρούμε το ΕΚΠ, στα καπελάκια βάζουμε τον αριθμό (ΕΚΠ παρονομαστών)

$$\frac{2}{3} - \frac{7}{2} + 5 = \overset{\text{ΕΚΠ}=6}{\frac{2}{3} - \frac{7}{2} + \frac{6}{1}} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} - \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 2} + \frac{6 \cdot 5}{6 \cdot 1} = \frac{4}{6} - \frac{21}{6} + \frac{30}{6} = \frac{4 - 21 + 30}{6} = \frac{4 + 30 - 21}{6} = \frac{34 - 21}{6} = \frac{13}{6}$$

6. ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑ ΠΡΑΞΕΩΝ (ΣΕΙΡΑ ΠΡΑΞΕΩΝ)

A. Χωρίς Παρενθέσεις

1. Δυνάμεις
2. Πολλαπλασιασμοί - Διαιρέσεις
3. Προσθέσεις - Αφαιρέσεις

$$A = 4 \cdot 2^3 - 8 : 2^2 + 6^1 : (-3) - 4^2 : (-2) + 6^2 : 7^0 - 5^2 + 3^3 : 9^1 + (-7)^2 : 2^0$$

Κάνουμε πρώτα μόνο τις δυνάμεις και αφήνουμε τα υπόλοιπα όπως είναι

$$A = 4 \cdot 8 - 8 : 4 + 6 : (-3) - 16 : (-2) + 36 : 1 - 25 + 27 : 9 + 49 : 1$$

Μετά κάνουμε μόνο τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις προσέχοντας τα πρόσημα

$$A = 32 - 2 - 2 + 8 + 36 - 25 + 3 + 49$$

ΣΥΧΝΑ ΛΑΘΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ....

Τέλος κάνουμε προσθέσεις κι αφαιρέσεις , χωρίζοντας τους θετικούς από τους αρνητικούς

$$A = \underline{32 + 8 + 36 + 3 + 49} - \underline{2 - 2 - 25}$$

Προσθέτουμε όλα τα (+),βάζουμε (+), προσθέτουμε όλα τα (-),βάζουμε (-)

$$A = 128 - 29 = 99$$

B. Με Παρενθέσεις

Κάνουμε τις πράξεις μόνο μέσα στις παρενθέσεις με τη παραπάνω σειρά (1-2-3) , αφήνοντας τα υπόλοιπα έξω από τις παρενθέσεις όπως είναι και μόλις φύγουν οι παρενθέσεις κάνουμε τις πράξεις όπως πριν (με την σειρά 1-2-3)

$$\begin{aligned} &= 2(3^1 - 7 : 2^0)(-7^2 + 6 : 2 + 2 \cdot 5^2)^2 - 2^2(3 - 4^2 : (-8)) - (4 \cdot 5 - 4 - 4 \cdot 3)(2 - 5) + (-6)^2 : 4 + 5 : (-5) \\ &= 2(3 - 7 : 1)(-49 + 3 + 2 \cdot 25)^2 - 4(3 + 2) - (20 - 4 - 12)(-3) + 36 : 4 - 1 = 2 \cdot (-4) \cdot 4^2 - 4 \cdot 5 - 4(-3) + 9 - 1 = \\ &-128 - 20 + 9 - 1 = -140 \end{aligned}$$

Γ. ΠΡΟΣΘΑΦΑΙΡΕΣΗ ΠΟΛΛΩΝ ΟΡΩΝ μόνο με αριθμούς

$$A = \underline{3} + \underline{4} - 7 - 8 + \underline{4} - 6 - 7 + \underline{1} - 5 + \underline{6} + \underline{2} - 4$$

Γράφουμε πρώτα τα (+), μετά τα (-) (τα μετράμε στο σύνολο μην ξεχάσουμε κανένα)

$$A = \underline{3 + 4 + 4 + 1 + 6 + 2} - \underline{7 - 8 - 6 - 7 - 5 - 4}$$

Διαγράφουμε αντίθετους (+α, -α) , αν υπάρχουν

$$A = 3 + \cancel{4} + 4 + 1 + \cancel{6} + 2 - 7 - 8 - \cancel{6} - 7 - 5 - \cancel{4}$$

Προσθέτουμε όλα τα (+) και βάζουμε (+), προσθέτουμε όλα τα (-) και βάζουμε (-)

$$A = +10 - 27$$

Κάνουμε μόνο μία αφαίρεση $A = -17$

7. ΑΝΑΓΩΓΗ ΟΜΟΙΩΝ ΟΡΩΝ (ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ)))))

(κάνουμε πράξεις, πρόσθεση κι αφαίρεση, μόνο με τα όμοια)

πχ. $3x + 2 = \text{ΤΙΠΟΤΑ}$

(έπρεπε να έχω μόνο x ή μόνο νούμερα)

$$5x^2 - 4x = \text{ΤΙΠΟΤΑ}$$

(έπρεπε να έχω μόνο x^2 ή μόνο x)

$$6x^2 + 3 = \text{ΤΙΠΟΤΑ}$$

(έπρεπε να έχω μόνο x^2 ή μόνο νούμερα)

$$3x + y = \text{ΤΙΠΟΤΑ}$$

(έπρεπε να έχω μόνο x ή μόνο y)

$$2\alpha + 3\beta = \text{ΤΙΠΟΤΑ}$$

(έπρεπε να έχω μόνο α ή μόνο β)

$$3x + 7x = 10x$$

$$2x^2 - 5x^2 = -3x^2$$

ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΤΑ x

$$1x = 1 \cdot x = x$$

$$0x = 0 \cdot x = 0$$

$$x + x = 2x$$

$$x \cdot x = x^2$$

$$x \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x = x^3$$

$$2 \cdot 3x = 6x$$

$$3x \cdot 4x^2 = 12x^3$$

ΣΥΧΝΑ ΛΑΘΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ...

$$8a - 3a = 5a$$

πχ. με αναγωγές, x^2 , x , αριθμούς

$$B = \underline{3x} - \underline{5x^2} + \underline{6} - \underline{3x} - \underline{7} - \underline{2x} + \underline{5} + \underline{7x^2} - \underline{5x} - \underline{2} + \underline{4} + \underline{5x^2} + \underline{6x^2} - \underline{3x} - \underline{8x^2} - \underline{4} - \underline{6x} - \underline{11} - \underline{4x}$$

Γράφουμε πρώτα τα x^2 , μετά τα x , μετά τους αριθμούς (με την σειρά που τα συναντάμε, τα μετράμε στο σύνολο μην ξεχάσουμε κανένα)

$$B = \underline{-5x^2 + 7x^2 + 5x^2 + 6x^2 - 8x^2} + \underline{3x - 3x - 2x - 5x - 3x - 6x - 4x} + \underline{6 - 7 + 5 - 2 + 4 - 4 - 11}$$

Χωρίζουμε σε κάθε όμοιο όρο τους θετικούς από τους αρνητικούς

$$B = + \underline{7x^2 + 5x^2 + 6x^2} - \underline{5x^2 - 8x^2} + \underline{3x - 3x - 2x - 5x - 3x - 6x - 4x} + \underline{6 + 5 + 4 - 7 - 2 - 4 - 11}$$

Διαγράφουμε αντίθετους (+, -), αν υπάρχουν

$$B = + \underline{7x^2 + \cancel{5x^2} + 6x^2} - \underline{\cancel{5x^2} - 8x^2} + \underline{\cancel{3x} - \cancel{3x} - 2x - 5x - 3x - 6x - 4x} + \underline{6 + 5 + \cancel{4} - 7 - 2 - \cancel{4} - 11}$$

Προσθέτουμε σε κάθε όρο τα (+) και βάζουμε (+), προσθέτουμε τα (-) και βάζουμε (-)

$$B = + \underline{13x^2 - 8x^2} - \underline{20x} + \underline{11 - 20}$$

Κάνουμε μία αφαίρεση σε κάθε όρο (στα x^2 , στα x , στους αριθμούς)

$$B = + 5x^2 - 20x - 9$$

Σταματάμε,

γιατί τέλειωσαν οι αναγωγές ομοίων όρων (δεν γίνονται άλλες πράξεις)

8. ΑΠΑΛΟΙΦΗ ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΩΝ ΣΑΣΣΕ

Το (-) έξω από παρένθεση αλλάζει όλα τα πρόσημα όταν βγαίνει η παρένθεση, ενώ το (+) τα αφήνει όπως είναι.

$$\begin{aligned} \text{πχ. } - (3x^3 - 5x + 4y - 2\alpha + 3) &= -3x^3 + 5x - 4y + 2\alpha - 3 \\ + (5x^3 - 4x + 8\beta - 3x^2 + 9) &= +5x^3 - 4x + 8\beta - 3x^2 + 9 \end{aligned}$$

9. ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ (ΤΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΠΡΟΣΘΕΣΗ-ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ)

όταν έχω αριθμό με παρένθεση συνεχόμενα ή παρενθέσεις διαδοχικά, εννοείται το επί

$$\text{πχ. } \begin{array}{|c|} \hline -2 \\ \hline \end{array} (3 - 5x^2 + 7x) = -6 + 10x^2 - 14x$$

(αριθμός επί παρένθεση, υπολογίζω το (-) του -2)

ΣΥΧΝΑ ΛΑΘΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ....

$$(x-1)(x-3) = x^2 - 3x - x + 3 \quad (\text{παρένθεση επί παρένθεση})$$

$$-2(X-1)(X-3) = -2(X^2-3X-X+3) = -2X^2+6X+2X-6 = -2X^2+8X-6$$

(αριθμός επί δυο παρενθέσεις,
πρώτα τις δυό παρενθέσεις
ό,τι βρώ σε παρένθεση και μετά επιμεριστική με τον αριθμό)

$$-3(3x+4)^2 = -3((3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2) = -3(9x^2 + 24x + 16) = -27x^2 - 72x - 48$$

(αριθμός επί ταυτότητα, πρώτα την ταυτότητα και ό,τι βρώ σε παρένθεση και μετά επιμεριστική τον αριθμο με την παρένθεση)

Αγκιστρα, Αγκύλες, Παρενθέσεις (Τα βγάζουμε από μέσα προς τα έξω)

πχ. με μεταβλητές και αριθμούς (αλγεβρική παράσταση)
(ταυτότητες με δυνάμεις, επιμεριστικές, απαλοιφή παρενθέσεων και αναγωγές)

$$\Gamma = 2\{3x - 2[x - 3x(7-x) + x - 4] - (x-2)\} + 2[3(2x+1) - 4](x-3) - x(5-x)$$

$$\Gamma = 2\{3x - 2[x - 21x + 3x^2 + x - 4] - (x-2)\} + 2[6x + 3 - 4](x-3) - x(5-x)$$

$$\Gamma = 2\{3x - 2x + 42x - 6x^2 - 2x + 8 - x + 2\} + 2[6x - 1](x-3) - x(5-x)$$

$$\Gamma = 6x - 4x + 84x - 12x^2 - 4x + 16 - 2x + 4 + 2(6x^2 - 18x - x + 3) - 5x + x^2$$

$$\Gamma = \underline{6x} - \underline{4x} + \underline{84x} - \underline{12x^2} - \underline{4x} + 16 - \underline{2x} + 4 + \underline{12x^2} - \underline{36x} - \underline{2x} + 6 - \underline{5x} + \underline{x^2}$$

Χωρίζω τους όμοιους όρους, δηλαδή πρώτα τα x^2 , μετά τα x , και τέλος τα νούμερα

$$\Gamma = \underline{-12x^2} + \underline{12x^2} + \underline{x^2} + \underline{6x} - \underline{4x} + \underline{84x} - \underline{4x} - \underline{2x} - \underline{36x} - \underline{2x} - \underline{5x} + \underline{16} + \underline{4} + \underline{6}$$

Χωρίζω στους όμοιους όρους τα (+) από τα (-), δηλαδή στα x^2 , στα x , και στα νούμερα

$$\Gamma = +\underline{12x^2} + x^2 - \underline{12x^2} + \underline{6x} + \underline{84x} - \underline{4x} - \underline{4x} - \underline{2x} - \underline{36x} - \underline{2x} - \underline{5x} + \underline{16} + \underline{4} + \underline{6}$$

Προσθέτω όλα τα (+) και βάζω (+), προσθέτω όλα τα (-) και βάζω (-), στους όμοιους όρους