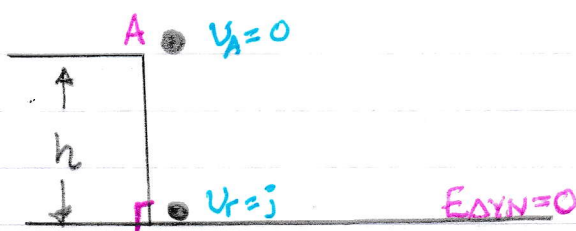


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ Θ.Δ.Μ.Ε.

1. Από ύψος $h=1,8\text{ m}$ αφήνουμε να πέσει μια πέτρα προς το έδαφος. Να βρεθεί η ταχύτητα της πέτρας την στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
Αντίσταση αέρα αμελητέα. $g=10\text{ m/s}^2$



Παίρνουμε το έδαφος σαν επίπεδο αναφοράς (επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας)

Επειδή στο σώμα όλην ώρα πέφτει ασκείται μόνο το βάρος του, ισχύει

το Θ.Δ.Μ.Ε., το οποίο εφαρμόζω για τις θέσεις Α, Γ.

$$E_{ΜΗΧ}(Α) = E_{ΜΗΧ}(Γ)$$

$$E_{\Delta Y N}(Α) + E_{ΚΙΝ}(Α) = E_{\Delta Y N}(Γ) + E_{ΚΙΝ}(Γ)$$

$$m \cdot g \cdot h + 0 = 0 + \frac{1}{2} m v_\Gamma^2$$

$$g \cdot h = \frac{v_\Gamma^2}{2}$$

$$v_\Gamma^2 = 2gh$$

$$v_\Gamma = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

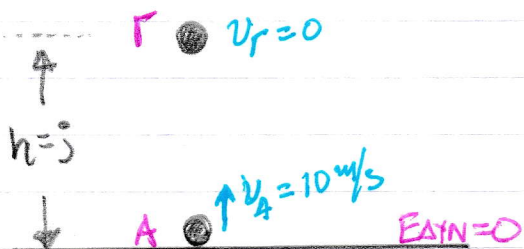
$$v_\Gamma = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,8}$$

$$v_\Gamma = \sqrt{36}$$

$$v_\Gamma = 6\text{ m/s}$$

2) Από το έδαφος εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω μια πέτρα με ταχύτητα 10 m/s . Να βρείτε σε ποιο ύψος θα φτάσει.

Αντίσταση του αέρα αμελητέα. $g = 10 \text{ m/s}^2$



Θεωρούμε το έδαφος σαν επίπεδο αναφοράς ($E_{\Delta\Upsilon\text{N}} = 0$)

Αφού στην άνοδο του σώματος ασκείται μόνο το βάρος του εφαρμόζω το Θ.Δ.Μ.Ε.

$$E_{\text{ΜΗΧ}}(A) = E_{\text{ΜΗΧ}}(\Gamma)$$

$$E_{\Delta\Upsilon\text{N}}(A) + E_{\text{ΚΙΝ}}(A) = E_{\Delta\Upsilon\text{N}}(\Gamma) + E_{\text{ΚΙΝ}}(\Gamma)$$

$$0 + \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh + 0$$

$$\frac{v_A^2}{2} = gh$$

$$h = \frac{v_A^2}{2g}$$

$$h = \frac{10^2}{2 \cdot 10}$$

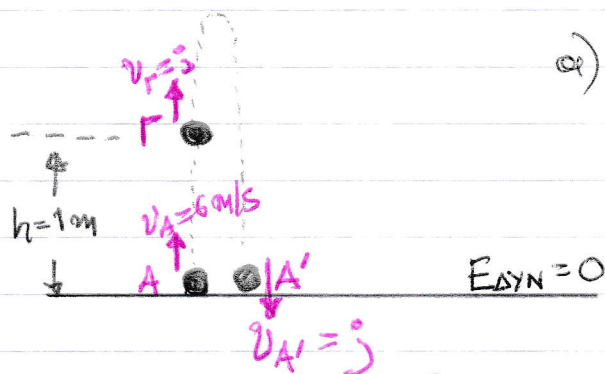
$$h = 5 \text{ m}$$

3) Από το έδαφος εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω μία πέτρα με ταχύτητα 6 m/s . Να βρεθούν :

α) η ταχύτητα της πέτρας σε ύψος 1 m

β) η ταχύτητα της πέτρας τη στιγμή που ακουμπάει στο έδαφος επιστρέφοντας.

Αντίσταση του αέρα αμελητέα. $g = 10 \text{ m/s}^2$



α) Θεωρώ σαν επίπεδο αναφοράς το έδαφος ($E_{δυν} = 0$)

Στην πέτρα αγκείται μόνο το βάρος της, οπότε εφαρμόζω το Θ.Δ.Μ.Ε για τις θέσεις Α και Γ.

$$E_{μηχ}(A) = E_{μηχ}(Γ) \Rightarrow$$

$$E_{δυν}(A) + E_{κιν}(A) = E_{δυν}(Γ) + E_{κιν}(Γ) \Rightarrow$$

$$0 + \frac{1}{2} m v_A^2 = m g h + \frac{1}{2} m \cdot v_Γ^2 \Rightarrow$$

(η m απλοποιείται)

$$\frac{v_A^2}{2} = g h + \frac{v_Γ^2}{2} \Rightarrow v_A^2 = 2 g h + v_Γ^2 \Rightarrow$$

$$v_Γ^2 = v_A^2 - 2 g h \Rightarrow v_Γ^2 = 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow v_Γ^2 = 16 \Rightarrow$$

$$v_Γ = \sqrt{16} \Rightarrow v_Γ = 4 \text{ m/s} *$$

* όπως θα μάθετε προσεχώς στα μαθηματικά οι λύσεις της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $x^2 = α$ είναι δύο : $x_1 = +\sqrt{α}$ και $x_2 = -\sqrt{α}$
Αρα στο παραπάνω μπορούμε να κάνουμε :

$$v_Γ^2 = 16 \Rightarrow v_Γ^2 = 4^2 \Rightarrow v_Γ^2 - 4^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(v_Γ + 4)(v_Γ - 4) = 0 \Rightarrow$$

$$v_Γ = -4 \text{ m/s}$$

ή

$$v_Γ = 4 \text{ m/s}$$

(στα μαθηματικά θα μάθετε ότι ισχύει η ιδιότητα $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ και λέγεται "ταυτότητα")

Αρα οι δύο αυτές ταχύτητες είναι δεικτές και δείχνουν την ταχύτητα της πέτρας ανεβαίνοντας και κατεβαίνοντας.

β) Εξετάζω το Θ.Δ.Μ.Ε για τις ρέξεις A και A'

$$E_{\text{ΜΗΧ}}(A) = E_{\text{ΜΗΧ}}(A')$$

$$E_{\text{ΔΥΝ}}(A) + E_{\text{ΚΙΝ}}(A) = E_{\text{ΔΥΝ}}(A') + E_{\text{ΚΙΝ}}(A')$$

$$0 + \frac{1}{2} m v_A^2 = 0 + \frac{1}{2} m v_{A'}^2$$

$$v_A^2 = v_{A'}^2$$

$$v_A = v_{A'} = 6 \text{ m/s} *$$

Το βωστό είναι όπως και πριν να κάνουμε:

$$v_A^2 - v_{A'}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(v_A + v_{A'}) \cdot (v_A - v_{A'}) = 0 \Rightarrow$$

$$v_{A'} = -v_A \quad \text{ή} \quad v_{A'} = v_A \Rightarrow$$

$$v_{A'} = -6 \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad v_{A'} = 6 \text{ m/s}$$

πράγμα που είναι λογικό αφού η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος και αφού το 6 m/s είναι προς τα πάνω, τότε το -6 m/s είναι η ταχύτητα προς τα κάτω.

↓
και λίγο μαθηματικά

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - \cancel{a \cdot b} + \cancel{b \cdot a} - b^2 = a^2 - b^2$$

γινόμενο αθροίσματος
επί διαφορά

διαφορά τετραγώνων