

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
(ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ)

Θέμα Α

A. 1. Δίνονται οι συναρτήσεις $F(x)$, $f(x)$ και $g(x)$ με $F(x) = f(x) + g(x)$.

Αν οι συναρτήσεις f , g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι :

$$F'(x) = f'(x) + g'(x) \quad (M \ 7)$$

A. 2. Τι ονομάζουμε στατιστική ομαλότητα ή νόμος των μεγάλων αριθμών;

(M 3)

A.3. Να περιγράψετε πως βρίσκουμε τη διάμεσο δ σε ομαδοποιημένες παρατηρήσεις.

(M 3)

A.4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Έστω συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Τότε για κάθε $x_0 \in \mathbb{R}$ ισχύει

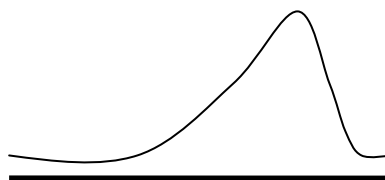
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \quad (M \ 2)$$

β. Το εύρος μιας κατανομής είναι στοιχείο των τιμών της κατανομής. (M 2)

γ. Η διπλανή κατανομή είναι ασύμμετρη

με αρνητική ασυμμετρία και

ισχύει $\bar{x} < \delta$.



($\bar{x}$: μέση τιμή, δ : διάμεσος) (M 2)

δ. Κάθε δείγμα έχει συντελεστή μεταβολής. (M 2)

ε. Αν για δύο ενδεχόμενα A και B ενός πειράματος τύχης ισχύει :

$$P(A) = P(B) \text{ τότε } A = B. \quad (M \ 2)$$

στ. Αν $P(A) = 0,6$ και $P(B) = 0,4$ τότε $P(A \cup B) = 1$. (M 2)

Θέμα Β°

B.1. Αν μία μεταβλητή παίρνει δύο μόνο τιμές με σχετικές συχνότητες f_1 και

$$f_2, \text{ να αποδείξετε ότι } f_1 \cdot f_2 \leq \frac{1}{4}. \quad (M \ 7)$$

Β.2. Έστω ένα σύνολο $n > 1$ παρατηρήσεων με τιμές x_1, x_2, x_3, x_4 και αντίστοιχες συχνότητες n_i (απόλυτες), f_i (σχετικές), N_i (αθροιστικές) και F_i (αθροιστικές σχετικές) με $i = 1, 2, 3, 4$.

α. Να βρείτε τη διάμεσο των αριθμών : $0, 1, n, n_1, f_3, N_1, N_4, F_3, F_4$ (Μ 6)

β. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{N_i}{F_i}$ (Μ 4)

Β.3. Έστω X μια μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x} \neq 0$ και τυπική απόκλιση s . Αν γνωρίζουμε ότι στο διάστημα που ορίζουν $\bar{x}$ και $\frac{1}{9}\bar{x}$ ανήκει το 47,5% των παρατηρήσεων, να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (Μ 8)

Θέμα Γ°

Έστω η συνεχής συνάρτηση f ορισμένη στο Υ και για την οποία ισχύουν :

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -2 \quad \text{και} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)+2}{h} = 4.$$

Γ.1. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη (ϵ) στη γραφική παράσταση της f , στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 2$ έχει εξίσωση $y = 4x - 10$. (Μ 7)

Γ.2. Αν 10 σημεία της παραπάνω ευθείας έχουν τετμημένες $x_i, i=1,2,\dots,10$ με μέση τιμή 4, να εξετάσετε αν το δείγμα των τεταγμένων y_i , είναι ομοιογενές, αν γνωρίζουμε ότι η τυπική απόκλιση S_X των x_i είναι ίση με το ακρότατο της συνάρτησης $g(x) = \ln x - \ln^2 x, x > 0$. (Μ 10)

Γ.3. Αν στο παραπάνω ερώτημα βρείτε ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές, τότε πάνω σε ποια ευθεία παράλληλη προς την εφαπτομένη πρέπει να πάρουμε τα παραπάνω 10 σημεία ώστε το δείγμα να γίνει οριακά ομοιογενές; (Μ 8)

Θέμα Δ°

Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = e^{P(A) \cdot x} - P(A) \cdot x + P(B) + P(A) - 1, \quad x \in \square, \text{ με } A, B \text{ δύο μη κενά}$$

ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω .

Δ.1. α) Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα

(Μ 7)

β) Αν γνωρίζουμε ότι το ελάχιστο της f είναι το $P(A \cup B)$, να δειχθεί ότι

τα A και B είναι ασυμβίβαστα.

(Μ 5)

Δ.2. Αν δίνεται ότι η f τέμνει τη συνάρτηση

$$g(x) = e^{P(A) \cdot x} + P(A \cap B) + 2P(A \cup B) - \frac{3}{2}, \quad x \in \square, \text{ στο σημείο}$$

$M(0, P(A \cup B))$, τότε :

i) Να δειχθεί ότι $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

(Μ 5)

ii) Αν επιπλέον δίνεται ότι $P(A) = \frac{1}{3}$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες :

α) $P(A - B)$

(Μ 4)

β) $P(A' \cap B)$

(Μ 4)

Καλή Επιτυχία !