

A. 1. 5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Οι απαντήσεις να γραφούν κάτω από τις αντίστοιχες ασκήσεις.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $(x - 4\alpha)^2$

ii. $(x^2 - y) \cdot (y + x^2)$

iii. $(2x + 3y)^2$

iv. $(-x - 1) \cdot (x - 1)$

v. $(-x^2 - 4y^2)^2$

vi. $(-3x + 5y) \cdot (3x + 5y)$

vii. $\left(xy + \frac{1}{x}\right)^2$

viii. $\left(\frac{\alpha^2}{2} + 2\alpha\beta\right)^2$

ix. $(2x + 3\alpha)^3$

x. $(3x - 5)^3$

Λύση της Άσκησης:

2. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $(x - 2)^2 - (x + 1) \cdot (x - 1) - 2x \cdot (x - 1)$

Απ: $-2x^2 - 2x + 5$

ii. $(xy - 1)^2 - (xy + 1) \cdot (xy - 1) - 5 \cdot (xy - 1)$

Απ: $-7xy + 7$

iii. $(2\alpha - \beta)^2 - (2\beta + \alpha) \cdot (\alpha - 2\beta) - 4\alpha \cdot (\alpha - \beta) - 4\beta^2$

Απ: $\beta^2 - \alpha^2$

iv. $(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + 1) \cdot (x^4 + 1)$

Απ: $x^8 - 1$

v. $(3x + 5) \cdot (3x - 5) \cdot (9x^2 + 25)$

Απ: $81x^4 - 625$

vi. $(x - 1)^3 - 2x \cdot (x - 1)^2 + (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2)$

Απ: $-x^2 + 1$

Λύση της Άσκησης:

3. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

i. $(\alpha^2 + 4) \cdot (x^2 + 1) - (\alpha x + 2)^2 = (2x - \alpha)^2$

ii. $2\alpha - (\alpha + 1) \cdot (1 - \alpha) \cdot (\alpha^2 + 1) + (1 - \alpha)^2 - \alpha^2 \cdot (\alpha^2 - 1) = 2\alpha^2$

iii. $(x - 1)^2 - x \cdot (x^3 + x - 2) + (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + 1) = 0$

iv. $(x - 4) \cdot (x + 4) + (x - 4)^2 + (x^2 - 1) + 2 \cdot (4x + 1) = 3x^2 + 1$

v. $(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 4\alpha\beta \cdot (\alpha^2 - \beta^2) = (\alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta)^2$

vi. $(\alpha + \beta + \gamma)^2 + (\alpha - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (\gamma - \alpha)^2 = 3 \cdot (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)$

vii. $\left[\frac{x \cdot (x + 1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{x \cdot (x - 1)}{2}\right]^2 = x^3$

Λύση της Άσκησης:

ΑΛΓΕΒΡΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

4. Αν $x = \frac{\beta}{2} \cdot \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)$ και $y = \frac{\beta}{2} \cdot \left(\alpha - \frac{1}{\alpha} \right)$ να αποδείξετε ότι: $x^2 - y^2 = \beta^2$.

Λύση της Άσκησης:

5. Αν $\alpha = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ και $\beta = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:
 $K = 2\alpha^2 - 5\alpha\beta + 2\beta^2 - 10$. Απ: $K = 5$

Λύση της Άσκησης:

6. α. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 4$

β. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\left(17 + \frac{1}{17} \right)^2 - \left(17 - \frac{1}{17} \right)^2$.

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\left(\frac{287}{359} + \frac{359}{287} \right)^2 - \left(\frac{287}{359} - \frac{359}{287} \right)^2$.

δ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\left(\frac{\sqrt{13}+3}{\sqrt{29}-5} + \frac{\sqrt{29}-5}{\sqrt{13}+3} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{13}+3}{\sqrt{29}-5} - \frac{\sqrt{29}-5}{\sqrt{13}+3} \right)^2$.

Λύση της Άσκησης: