

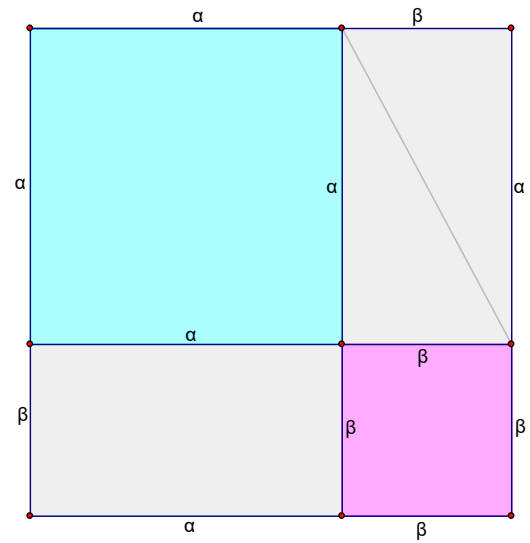
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Και μία δραστηριότητα για να ξυπνάνε τα ... εγκεφαλικά κύτταρα.

Στη σελ. 43 του βιβλίου υπάρχει η γεωμετρική απόδειξη της ταυτότητας $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$. Η βασική της ιδέα είναι η εξής (Σχήμα 1): Το μεγάλο τετράγωνο έχει πλευρά $\alpha + \beta$ και επομένως για το εμβαδό του E ισχύει: $E = (\alpha + \beta)^2$. Ταυτόχρονα το μεγάλο τετράγωνο σχηματίζεται από 1 τετράγωνο με πλευρά α , από ένα 2^ο τετράγωνο με πλευρά β και από 2 ορθογώνια με διαστάσεις α και β .

Δηλαδή $E = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$.

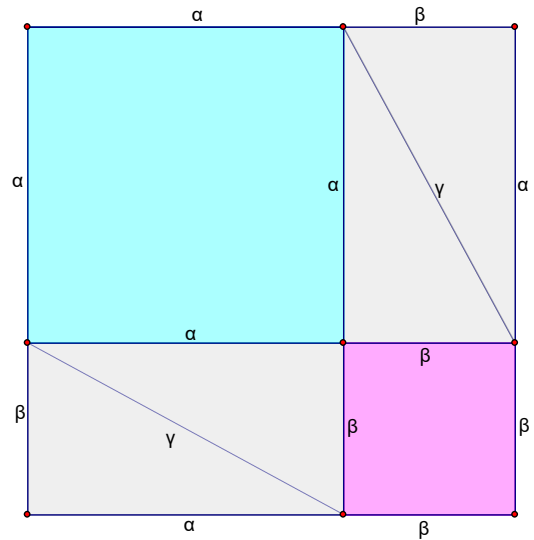
Επομένως: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.



Σχήμα 1

Τροποποιούμε λίγο το Σχήμα 1 χωρίζοντας καθένα από τα 2 ορθογώνια (με διαστάσεις α και β) σε 2 ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές α , β και υποτείνουσα γ , όπως φαίνεται στο διπλανό Σχήμα 2. Τώρα το μεγάλο τετράγωνο σχηματίζεται από 1 τετράγωνο με πλευρά α , από ένα 2^ο τετράγωνο με πλευρά β και από 4 ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές α και β . Για το εμβαδό E του μεγάλου τετραγώνου ισχύει:

$E = \dots\dots\dots$



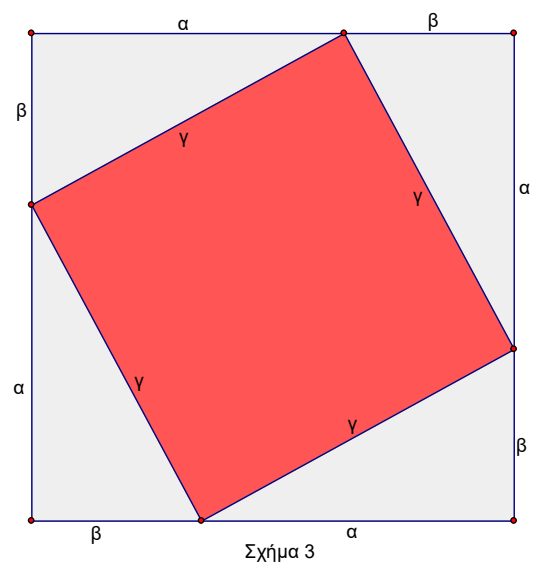
Σχήμα 2

Αλλάζουμε τη θέση των 4 ορθογωνίων τριγώνων μέσα στο μεγάλο τετράγωνο πλευράς $\alpha + \beta$. Σχηματίζεται τώρα ένα τετράγωνο με πλευρά γ , δηλαδή την υποτείνουσα των ορθογωνίων τριγώνων. Για το εμβαδό E του μεγάλου τετραγώνου ισχύει:

$E = \dots\dots\dots$

Συγκρίνετε τα δύο εμβαδά των Σχημάτων 2 και 3. Ποια ισότητα προκύπτει;

.....



Σχήμα 3

ΑΛΓΕΒΡΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Σε ποιο θεώρημα της Γεωμετρίας καταλήγουμε;

.....

Τροποποιούμε το Σχήμα 3 ως εξής: Βρίσκουμε τα συμμετρικά των 4 ορθογωνίων τριγώνων ως προς τις υποτεινουσές τους (σαν να διπλώνουμε το χαρτί τσακίζοντάς το κατά μήκος των 4 υποτεινουσών). Στο εσωτερικό του τετραγώνου ΑΒΓΔ που έχει πλευρά γ, υπάρχουν τα 4 ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές α και β και το κίτρινο τετράγωνο ΕΖΗΘ με πλευρά x. Υπολογίστε την πλευρά x: $x = \dots\dots\dots$

Υπολογίστε το εμβαδό του τετραγώνου ΑΒΓΔ με 2 τρόπους.

Α' τρόπος: $(ΑΒΓΔ) = \dots\dots\dots$

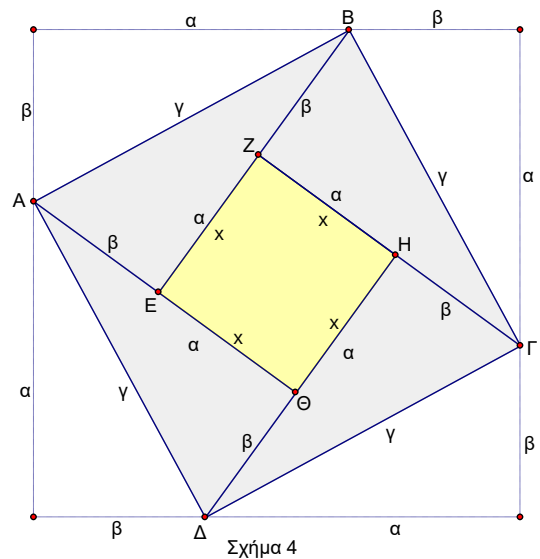
Β' τρόπος: $(ΑΒΓΔ) = \dots\dots\dots$

Συγκρίνοντας τα εμβαδά που μόλις βρήκατε ποια ισότητα προκύπτει; Σε ποιο θεώρημα της Γεωμετρίας καταλήγουμε;

.....

.....

.....



Σχήμα 4

Και μια τελευταία παραλλαγή του Σχήματος 3. Το κόβουμε σε 2 μέρη και δημιουργείται το ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού Σχήματος 5. Αυτό αποτελείται από 2 ορθογώνια τρίγωνα (τα ΑΔΕ και ΒΕΓ) με κάθετες πλευρές α και β και το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΕΒ με ίσες και κάθετες πλευρές με μήκος γ. Υπολογίστε το εμβαδό του ορθογωνίου τραπεζίου ΑΒΓΔ με 2 τρόπους.

Α' τρόπος: $(ΑΒΓΔ) = \dots\dots\dots$

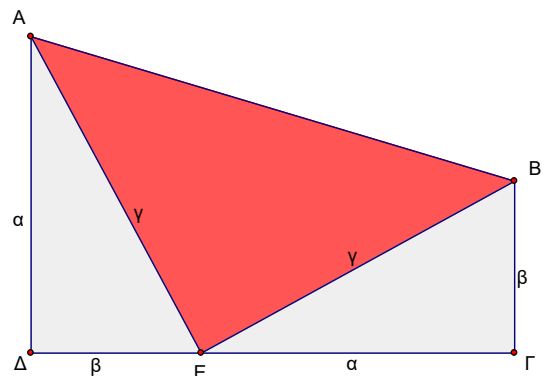
Β' τρόπος: $(ΑΒΓΔ) = \dots\dots\dots$

Συγκρίνοντας τα εμβαδά που μόλις βρήκατε ποια ισότητα προκύπτει; Σε ποιο θεώρημα της Γεωμετρίας καταλήγουμε;

.....

.....

.....



Σχήμα 5