ΜΑΘΗΜΑ 17

Κεφ. 3 Γεωμετρίας: Μέτρηση κύκλου

3.3 Μήκος κύκλου (σελ. 186-189)

3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου σελ. (193-195)

Μήκος κύκλου L (σ. 186-189)

ρ=ακτίνα, δ=διάμετρος, L=μήκος κύκλου

Όπως διαπιστώσαμε στην τάξη το μήκος L του κύκλου είναι π φορές η διάμετρός του (στη θέση του άρρητου αριθμού π χρησιμοποιούμε προσεγγιστικά τον αριθμό 3,14). Επομένως:

$L = \pi\delta$ $\quad\quad$ $\delta = \frac{L}{\pi}$ $\quad\quad$ $L = 2\pi\rho$ $\quad\quad$ $\rho = \frac{L}{2\pi}$

Στις ασκήσεις μας ανάλογα τι ζητάμε, χρησιμοποιούμε έναν από αυτους τους τύπους.

Εφαρμογή 1 σελ. 187

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Ένας κύκλος έχει μήκος L = 9,42 cm. Να βρείτε το μήκος της ακτίνας του.

Λύση: Για το μήκος του κύκλου ισχύει ότι:

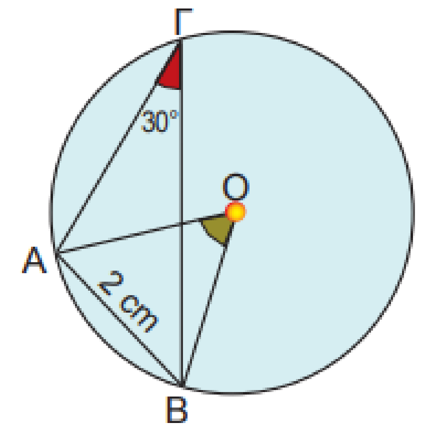
$L = 2\pi\rho$ ή $\rho = \frac{L}{2\pi} = \frac{9{,}42}{2 \cdot 3{,}14} = 1{,}5$ cm.

Εφαρμογή 3 σελ. 187

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

Να υπολογιστεί το μήκος του κύκλου στο παρακάτω σχήμα.

Λύση: Η εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{A\Gamma B}$ είναι ίση με 30°, οπότε βρίσκουμε την αντίστοιχη επίκεντρη $\widehat{AOB} = 2 \cdot 30° = 60°$. Επομένως, το τρίγωνο ΑΟΒ είναι ισόπλευρο με ΟΑ = ΟΒ = ΑΒ = 2 cm, οπότε ρ = 2 cm. Άρα, το μήκος του κύκλου είναι:
$L = 2\pi\rho = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 = 12{,}56$ cm.



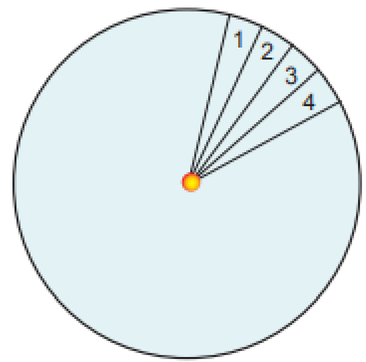
Ερωτ. Κατανόησης και ασκήσεις

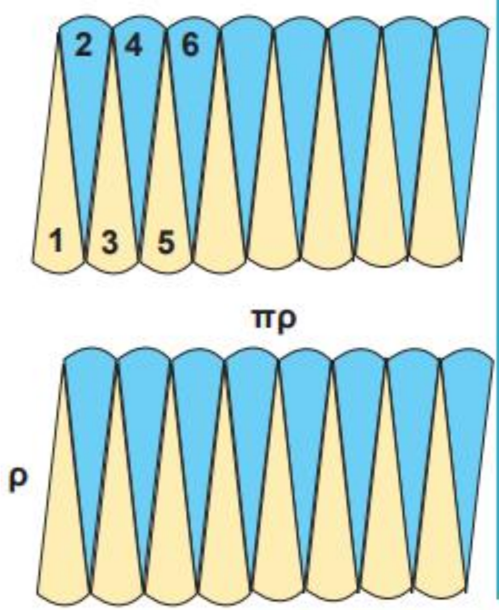
- Ερωτήσεις κατανόησης 1,2 σελ. 188
- Ασκήσεις 1,2,3,4,5,8 σελ. 188

Εμβαδόν κυκλικού δίσκου (σ. 193-195)

ρ=ακτίνα, Ε=εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου, χωρίζουμε τον κυκλικό δίσκο σε όσο πιο μικρά μέρη μπορούμε. Κόβουμε τα κομματάκια αυτά και κατόπιν τα τοποθετούμε όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα:





Παρατηρούμε ότι σχηματίζεται ένα σχήμα που «μοιάζει» με ορθογώνιο. Αν συνεχίσουμε να χωρίζουμε τον κυκλικό δίσκο ολοένα σε πιο μικρά ίσα μέρη, τότε το τελικό σχήμα θα προσεγγίζει όλο και περισσότερο ένα ορθογώνιο, του οποίου η «βάση» είναι ίση με το μισό του μήκους του κύκλου, δηλαδή με **πρ**, και το «ύψος» με την ακτίνα του κύκλου.

Επομένως, το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ισούται με το εμβαδόν του ορθογωνίου που σχηματίζεται, δηλαδή με $\rho \cdot \pi\rho$.

Επομένως:

Το εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ, ισούται με $Ε = \pi\rho^2$

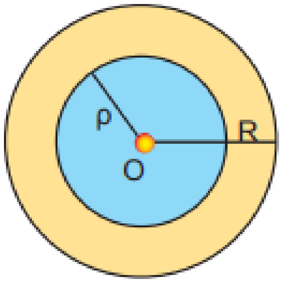
ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Αν το μήκος ενός κύκλου είναι 6,28 cm, να βρείτε το εμβαδόν του.

Λύση: Το μήκος του κύκλου δίνεται από τον τύπο $L=2\pi\rho$, δηλαδή $6{,}28=2 \cdot 3{,}14\ \rho$, οπότε $\rho=1$ (cm).
Τότε, το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι: $E = \pi\rho^2 = 3{,}14 \cdot 1^2 = 3{,}14$ (cm^2).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Στο διπλανό σχήμα η κίτρινη περιοχή που βρίσκεται ανάμεσα στους δύο κύκλους ονομάζεται κυκλικός δακτύλιος. Αν το εμβαδόν του κίτρινου δακτυλίου είναι ίσο με το εμβαδόν του μπλε κυκλικού δίσκου, ο οποίος έχει ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$ cm, να βρείτε την ακτίνα R του μεγάλου κύκλου.



Λύση: Το εμβαδόν Ε του δακτυλίου ισούται με τη διαφορά των εμβαδών $E_1= \pi R^2$ και $E_2= \pi\rho^2$ των δύο κυκλικών δίσκων. Επομένως, $E = E_1 - E_2 = \pi R^2 - \pi\rho^2$.
Αφού $E = E_2$, θα έχουμε:
$\pi R^2 - \pi\rho^2 = \pi\rho^2$ ή $\pi R^2 = 2\pi\rho^2$ ή $R^2 = 2\rho^2$ ή $R^2 = 2(\sqrt{2})^2 = 4$.
Οπότε: R = 2 cm.

Ερωτήσεις κατανόησης & Ασκήσεις

- Ερ. Κατανόησης 1,2,3,4,5 σελ. 194-195
- Ασκήσεις 1,2,3,4,5,6,7 σελ. 195

- Στο μήκος και στο εμβαδόν του κύκλου θα λύσουμε και ασκήσεις εκτός βιβλίου που έχω αναρτήσει στο e-class.