

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \quad \text{και} \quad a^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

Είναι  $\sqrt{\frac{1}{9}} > \frac{1}{9} > \left(\frac{1}{9}\right)^2$ .

γ) Όταν είναι  $a = 1$  έχουμε  $\sqrt{a} = a = a^2 = 1$ .

Παρατηρούμε ότι:

Αν  $a > 1$ , τότε:  $\sqrt{a} < a < a^2$ .

Αν  $0 < a < 1$ , τότε:  $\sqrt{a} > a > a^2$ .

Αν  $a = 1$ , τότε:  $\sqrt{a} = a = a^2$ .

**6.7** Να βρεθούν οι τιμές του  $x$  για τις οποίες έχει νόημα η παράσταση:

$$A = \sqrt{2(x-3) - 7(x+1)}$$

*Απάντηση*

Το σύμβολο « $\sqrt{\quad}$ » χρησιμοποιείται μόνο όταν ο αριθμός (ή η παράσταση) που είναι κάτω από αυτό είναι θετικός ή μηδέν. Επομένως πρέπει  $2(x-3) - 7(x+1) \geq 0$ .

Έχουμε λοιπόν διαδοχικά:

$$2(x-3) - 7(x+1) \geq 0$$

$$2x - 6 - 7x - 7 \geq 0$$

$$2x - 7x \geq 6 + 7$$

$$-5x \geq 13$$

$$x \leq -\frac{13}{5}$$

### Ερωτήσεις κατανόησης:

**6.8** Να εξετάσετε αν είναι σωστές ή λανθασμένες οι παρακάτω ισότητες:

α)  $\sqrt{36} = 6$

β)  $\sqrt{49} = -7$

γ)  $\sqrt{64} = 32$

δ)  $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$

ε)  $\sqrt{0,1} = 0,01$

στ)  $\sqrt{0,64} = 0,8$

ζ)  $\sqrt{(-5)^2} = -5$

η)  $\sqrt{25-16} = 3$

6.9 Να εξετάσετε αν είναι σωστές ή λανθασμένες οι παρακάτω προτάσεις:

α) Αν  $x^2 = 9$ , τότε  $x = \sqrt{9}$ .

β) Αν  $a = \sqrt{\beta}$ , τότε  $a^2 = \beta$ .

γ) Αν  $\sqrt{x} = 4$ , τότε  $x = 2$ .

δ) Αν  $\sqrt{x} = 9$ , τότε  $x = 81$ .

ε) Αν  $\sqrt{121} = x$ , τότε  $x = -11$ .

στ) Αν  $x^2 = -1$ , τότε  $x = 1$ .

ζ) Αν  $a^2 = 36$ , τότε  $a = \sqrt{36}$  ή  $a = -\sqrt{36}$ .

η) Αν  $a = 144$ , τότε  $\sqrt{a} = 12$  ή  $\sqrt{a} = -12$ .

6.10 Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν  $5 = \sqrt{\beta}$ , τότε  $\beta = \dots$

β) Αν  $x^2 = 64$ , τότε  $x = \dots$

γ) Αν  $\sqrt{x} = 16$ , τότε  $x = \dots$

δ) Αν  $\sqrt{a} = 0,7$ , τότε  $a = \dots$

ε) Αν  $\beta = 0,01$ , τότε  $\sqrt{\beta} = \dots$

6.11 Να αντιστοιχίσετε σε κάθε αριθμό της 1ης στήλης την τετραγωνική του ρίζα που βρίσκεται στη 2η στήλη.

| 1η Στήλη                                 | 2η Στήλη                               |
|------------------------------------------|----------------------------------------|
| <del>α) 81</del>                         | i) 10                                  |
|                                          | ii) $\frac{3}{8}$                      |
| <del>β) 100</del>                        | iii) 50                                |
|                                          | <del>iv) 9</del>                       |
| <del>γ) 64</del>                         | v) 32                                  |
|                                          | vi) 16                                 |
| <del>δ) 25</del>                         | vii) 0,6                               |
|                                          | <del>viii) 8</del>                     |
| <del>ε) 0,04</del>                       | <del>ix) 0,75</del>                    |
|                                          | <del>x) <math>\frac{1}{5}</math></del> |
| <del>στ) <math>\frac{9}{16}</math></del> | xi) 0,02                               |
|                                          | <del>xii) 5</del>                      |

6.12 Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

α)  $\sqrt{(-6)^2} = 6$                       β)  $-\sqrt{100} = -10$                       γ)  $\sqrt{196} = -14$   
 δ)  $(\sqrt{(-3)^2})^2 = (-3)^2$                       ε)  $\sqrt{(-5)^4} = -5^2$                       στ)  $\sqrt{(-7)^2} = -7$

6.13 Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω ζεύγη αριθμών είναι ίσα:

α)  $(\sqrt{2})^4$  και 4                      β)  $\sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2}$  και  $-\frac{2}{5}$   
 γ)  $\sqrt{7^2}$  και  $\sqrt{(-7)^2}$                       δ)  $(\sqrt{25})^2$  και  $\sqrt{(-5)^4}$

### Ασκήσεις – Προβλήματα:

6.14 Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

α)  $\sqrt{25}$ ,  $\sqrt{0,25}$ ,  $\sqrt{2500}$   
 β)  $\sqrt{100}$ ,  $\sqrt{0,01}$ ,  $\sqrt{10.000}$   
 γ)  $\sqrt{9}$ ,  $\sqrt{900}$ ,  $\sqrt{0,09}$ ,  $\sqrt{90.000}$   
 δ)  $\sqrt{49}$ ,  $\sqrt{4900}$ ,  $\sqrt{0,49}$   
 ε)  $\sqrt{64}$ ,  $\sqrt{0,64}$ ,  $\sqrt{6400}$

6.15 Να βρείτε τις τετραγωνικές ρίζες των κλασμάτων:

α)  $\frac{1}{9}$                       β)  $\frac{4}{25}$                       γ)  $\frac{36}{49}$   
 δ)  $\frac{121}{100}$                       ε)  $\frac{169}{64}$                       στ)  $\frac{16}{225}$   
 ζ)  $\frac{81}{400}$                       η)  $\frac{289}{144}$

6.16 Να βρείτε τις τετραγωνικές ρίζες των αριθμών:

$15^2$ ,  $21^2$ ,  $\left(\frac{4}{7}\right)^2$ ,  $\left(\frac{13}{25}\right)^2$ ,  $0,61^2$

6.17 α) Να υπολογίσετε τα τετράγωνα των αριθμών:

i) 16                      ii) 31  
 iii) 49                      iv) 88

β) Να βρείτε τις τετραγωνικές ρίζες των αριθμών:

i) 961                      ii) 7524  
 iii) 2401                      iv) 256

6.18 Να υπολογίσετε τις επόμενες τετραγωνικές ρίζες:

Οι απαντήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου

$$\alpha) \sqrt{5^2}, (\sqrt{5})^2, \sqrt{(-5)^2}, \sqrt{5 \cdot 5}$$

$$\beta) \sqrt{25 \cdot 25}, \sqrt{625}, \sqrt{25^2}, \sqrt{(-25)^2}$$

$$\gamma) \sqrt{5^2 \cdot 5^2}, \sqrt{5^4}, \sqrt{(-5)^4}$$

6.19 Να βρείτε τους θετικούς αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

$$\alpha) x^2 = 121$$

$$\beta) x^2 = 900$$

$$\gamma) x^2 = 0,0144$$

$$\delta) x^2 = \frac{225}{49}$$

$$\epsilon) 64x^2 = 169$$

$$\sigma\tau) 0,49x^2 = 0,01$$

6.20 Να βρείτε τους αριθμούς  $a$  που επαληθεύουν τις ισότητες:

$$\alpha) \sqrt{\frac{a}{25}} = \frac{1}{5}$$

$$\beta) \sqrt{\frac{81}{a}} = \frac{9}{7}$$

$$\gamma) \sqrt{\frac{-9}{a}} = \frac{3}{10}$$

$$\delta) \sqrt{a+1} = 16$$

$$\epsilon) \sqrt{a} + 1 = 8$$

$$\sigma\tau) 2\sqrt{a} = 12$$

$$\zeta) (\sqrt{a})^2 - 8 = 0$$

$$\eta) \sqrt{4-a} = 0$$

6.21 Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

$$\alpha) \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} \text{ και } \sqrt{144}$$

$$\beta) \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{49} \text{ και } \sqrt{4900}$$

$$\gamma) \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{36} \text{ και } \sqrt{1296}$$

6.22 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \sqrt{81} - \sqrt{49} + \sqrt{25},$$

$$B = 3\sqrt{16} + 7\sqrt{9} - 2\sqrt{100}$$

6.23 Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

$$\alpha) (\sqrt{25})^2 + \sqrt{(-25)^2} + \sqrt{25^2}$$

$$\beta) 3(\sqrt{16^2} + \sqrt{16}) - \sqrt{2^6}$$

6.24 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = 4\sqrt{\frac{1}{4}} - 10\sqrt{\frac{9}{25}} + 9\sqrt{\frac{36}{81}}$$

$$B = 3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{144}{25}} + \frac{\sqrt{9}}{5}$$

$$\Gamma = 5\sqrt{1,44} - 4\sqrt{2,25} - 2\sqrt{0,81}$$

$$\Delta = 5\sqrt{0,04} + 100\sqrt{0,01} - 20\sqrt{0,25}$$

6.25 Να υπολογίσετε τις παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

$$\alpha) \sqrt{22500}$$

$$\beta) \sqrt{\frac{1}{12100}}$$

$$\gamma) \sqrt{0,000009}$$

$$\delta) \sqrt{0,63 \cdot 1,69 - 0,14 \cdot 1,69}$$

$$\epsilon) \sqrt{0,11(0,2)^2 + (0,1)^2}$$

6.26 α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

| $x$ | $-x$ | $\sqrt{x^2}$ | $\sqrt{(-x)^2}$ |
|-----|------|--------------|-----------------|
| 15  |      |              |                 |
| -7  |      |              |                 |
| 35  |      |              |                 |
| -48 |      |              |                 |

β) Τι σχέση έχουν οι:

$$x, \sqrt{x^2} \text{ και } \sqrt{(-x)^2}$$

\* \* \*

6.27 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α)  $A = \sqrt{4\alpha} + \sqrt{9\beta} + \sqrt{\alpha\beta}$  αν  $\alpha = 4$

και  $\beta = 9$

β)  $B = \sqrt{-4\alpha} + \sqrt{-16\beta} + \sqrt{\alpha\beta}$  αν

$\alpha = -9$  και  $\beta = -1$

6.28 Να βρείτε το μήκος της πλευράς  $a$  ενός τετραγώνου που έχει εμβαδόν:

α)  $81 \text{ cm}^2$

β)  $169 \text{ cm}^2$

γ)  $3600 \text{ cm}^2$

6.29 Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζονται οι παρακάτω τετραγωνικές ρίζες:

α)  $\sqrt{x}$

β)  $\sqrt{-x}$

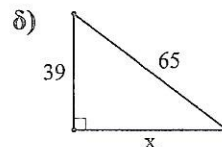
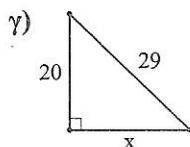
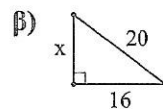
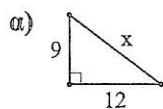
γ)  $\sqrt{3x+6}$

δ)  $\sqrt{-x+4}$

6.30 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, αν γνωρίζεται ότι  $a$  είναι η υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου και  $\beta, \gamma$  είναι οι κάθετες πλευρές του.

| $a$ | $\beta$ | $\gamma$ |
|-----|---------|----------|
|     | 60      | 45       |
| 34  | 30      |          |
| 61  |         | 11       |

6.31 Να υπολογίσετε την άγνωστη πλευρά στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:



6.32 Να βρείτε το μήκος της πλευράς  $a$  ενός τετραγώνου που έχει εμβαδόν:

α)  $20,25 \text{ cm}^2$

β)  $0,0036 \text{ m}^2$

6.33 Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει περίμετρο  $18 \text{ cm}$  και βάση  $8 \text{ cm}$ . Να βρείτε το ύψος του και το εμβαδόν του.

6.34 Η διαγώνιος ενός ορθογωνίου είναι  $13 \text{ cm}$  και η μία διάστασή του είναι  $5 \text{ cm}$ . Να βρείτε την άλλη διάσταση και το εμβαδόν του.

6.35 Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να αντικαταστήσετε το  $\kappa$  με κατάλληλο αριθμό, ώστε να ισχύει η ισότητα:

α)  $\sqrt{-\kappa} = 3$

β)  $\sqrt{-6\kappa} = 6$

γ)  $\sqrt{\frac{-12}{\kappa}} = 1$

δ)  $(\sqrt{\kappa})^2 + \sqrt{\kappa} = 2$

ε)  $\sqrt{\kappa^2} + \sqrt{-\kappa} = 2$

6.36 Να αποδείξετε ότι:

α)  $\sqrt{11 + \sqrt{16 + \sqrt{81}}} = 4$

$$\beta) \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}} = 3$$

$$\gamma) \sqrt{\sqrt{25 + \sqrt{24 + 25}} + 4\sqrt{8 - \sqrt{48 + \sqrt{8 - \sqrt{49}}}}} = 4$$

6.37 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = 3\sqrt{1024} + \sqrt{676} \cdot \sqrt{\frac{25}{169}} - \sqrt{2601}$$

$$B = \sqrt{900} + \sqrt{19 \cdot 19} (\sqrt{625} - \sqrt{400})$$

6.38 Η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού είναι ίση με το διπλάσιο της τετραγωνικής ρίζας του αριθμού ελαττωμένο κατά 6. Να βρείτε τον αριθμό.

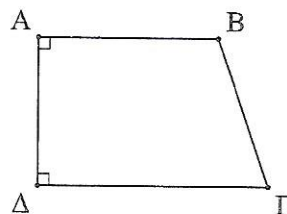
6.39 Να βρείτε τις τιμές του x για τις

οποίες έχουν νόημα οι παραστάσεις:

$$\alpha) A = \sqrt{7(x-3) + 2(-x+3)}$$

$$\beta) B = \sqrt{x+3} + \sqrt{-x+3}$$

6.40 Να υπολογίσετε την πλευρά BΓ του τραapeζίου ABΓΔ.



Δίνεται ότι:

$$\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ, \quad AB = 43 \text{ cm},$$

$$\Gamma\Delta = 55 \text{ cm} \quad \text{και} \quad A\Delta = 35 \text{ cm}$$