



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «Ορθό Πρίσμα»

Μαθαίνω

- **Ορθό πρίσμα** ή απλώς **πρίσμα** είναι το στερεό που έχει:
 - δύο έδρες παράλληλες και ίσες, οι οποίες ονομάζονται **βάσεις** του πρίσματος.
 - τις άλλες έδρες οι οποίες είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα και ονομάζονται **παράπλευρες έδρες**.
 - Οι πλευρές των εδρών του πρίσματος ονομάζονται **ακμές**.

Το **εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας** ενός πρίσματος

$$E_{\pi} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) \quad \text{ή} \quad E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$$

Το **ολικό εμβαδόν** ενός πρίσματος

$$E_{ολ} = E_{\pi} + 2 \cdot E_{\beta}$$

(με E_{β} συμβολίζουμε το **εμβαδόν της βάσης** του πρίσματος)

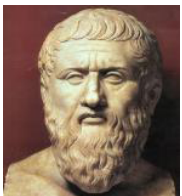
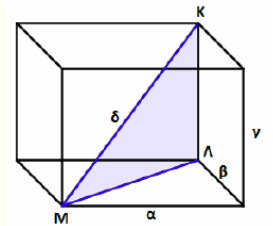
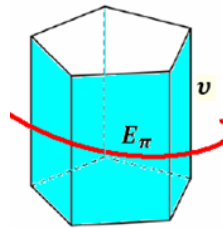
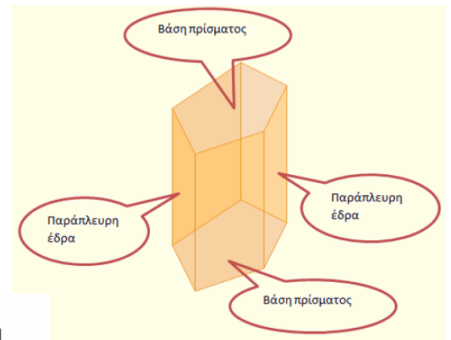
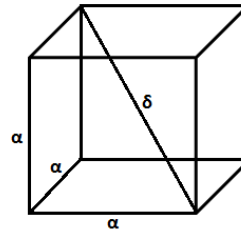
Ο **όγκος** ενός πρίσματος $V = E_{\beta} \cdot \upsilon$

Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο ονομάζεται το πρίσμα του οποίου οι βάσεις είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα.

$$\delta^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

Διαγώνιος (δ) του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο κορυφές που ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδά του.

Κύβος είναι το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του οποίου οι τρεις διαστάσεις είναι ίσες.



Πλατωνικό στερεό λέγεται ένα κυρτό κανονικό πολύεδρο, του οποίου όλες οι έδρες είναι ίσα κανονικά πολύγωνα και όλες οι πολυεδρικές γωνίες του είναι ίσες. Επομένως, όλες οι ακμές του είναι ίσα ευθύγραμμα τμήματα, καθώς επίσης και όλες οι επίπεδες γωνίες των εδρών του είναι ίσες.



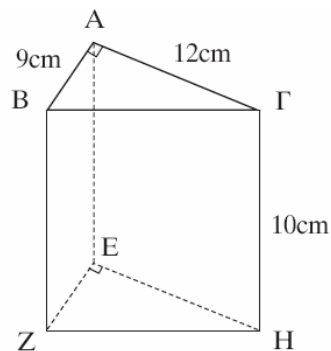
Τα **Πλατωνικά στερεά** ονομάστηκαν έτσι, επειδή μελετήθηκαν στην **Ακαδημία του Πλάτωνα**. Στη φιλοσοφία του Πλάτωνα, τα στερεά αυτά συμβόλιζαν τα δομικά στοιχεία του σύμπαντος: το τετράεδρο τη φωτιά, ο κύβος τη γη, το εικοσάεδρο το νερό, το οκτάεδρο τον αέρα και το δωδεκάεδρο τον αιθέρα. Ο Ευκλείδης ασχολείται με αυτά στο 13ο βιβλίο των Στοιχείων του, όπου αποδεικνύει ότι υπάρχουν ακριβώς πέντε κυρτά κανονικά πολύεδρα και εκφράζεται η ακμή τους ως συνάρτηση της περιγεγραμμένης σφαίρας.



Εφαρμογές

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του διπλανού τριγωνικού πρίσματος ABΓΕΖΗ, όταν **AB=9 cm**, **ΑΓ=12cm** και το ύψος του είναι ίσο με **10cm**.

Λύση:



2. Ένα ενυδρείο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Οι διαστάσεις της βάσης του είναι **85 cm** και **60 cm** και το ύψος του είναι **45 cm**. Να υπολογίσετε πόσα λίτρα νερό θα χρειαστούν, για να γεμίσει το ενυδρείο κατά τα **8/9** του.

Λύση:



3. Μια πισίνα έχει διαστάσεις **25m** μήκος, **15m** πλάτος και **2,5m** ύψος. Να βρείτε:

α) Την εσωτερική επιφάνεια της πισίνας

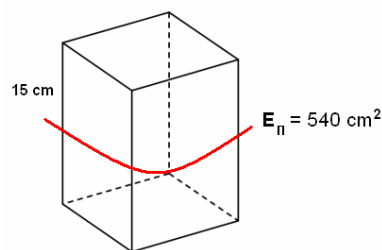
β) Πόσα τετραγωνικά πλακάκια πλευράς **25cm** χρειαζόμαστε για να την επενδύσουμε εσωτερικά και πόσο θα μας κοστίσει αν κάθε πλακάκι στοιχίζει **0,30 €**.

Λύση:



4. Ένα πρίσμα έχει βάση τετράγωνο. Το ύψος του πρίσματος είναι **15 cm** και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του **540 cm²**. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του πρίσματος.

Λύση:





5. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος με βάση ισόπλευρο τρίγωνο είναι $E_{\pi}=192\text{cm}^2$ και το ύψος του είναι 8cm . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος.

Λύση:

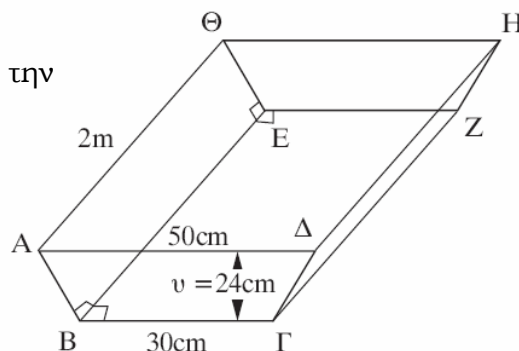
6. Δίνεται πρίσμα με βάση τετράγωνο. Αν γνωρίζετε ότι το ύψος του είναι πενταπλάσιο από την πλευρά του τετραγώνου και ο όγκος του είναι 135cm^3 , να υπολογίσετε:

α) την πλευρά του τετραγώνου **β)** το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

Λύση:

7. Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα μεταλλικό δοχείο που βάζουμε την τροφή των ζώων. Οι διαστάσεις του είναι $A\Theta = 2\text{m}$, $u = 24\text{cm}$, $A\Delta = 50\text{cm}$ και $B\Gamma = 30\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

α) τις πλευρές AB και ΓΔ του ισοσκελούς τραπεζίου ABΓΔ
β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του
γ) τον όγκο του.



Λύση:



Ασκήσεις για αυτενέργεια

8. Τριγωνικό πρίσμα με βάση ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $AB = 12\text{cm}$ και $AG = 16\text{cm}$, έχει ύψος ίσο με την υποτείνουσα $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$. Να υπολογίσετε:
 α) την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$
 β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος
 γ) τον όγκο του πρίσματος.
9. Δίνεται τριγωνικό πρίσμα με βάση ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = AG = 5\text{cm}$) και το ύψος του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσο με 4cm . Αν το ύψος του πρίσματος είναι 15cm , να υπολογίσετε:
 α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του β) τον όγκο του.
10. Οι διαστάσεις της βάσης ενός ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου είναι 6 cm και 8 cm . Αν η διαγώνιος του είναι $\delta = 26\text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του και τον όγκο του.
11. Ένα ορθό πρίσμα έχει βάση ρόμβο με διαγώνιες $\delta_1 = 24\text{ dm}$ και $\delta_2 = 10\text{ dm}$. Το ύψος του πρίσματος είναι $u = 12\text{ dm}$. Να υπολογίσετε
 (α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας σε m^3 και (β) τον όγκο του πρίσματος σε m^3 .
12. Ένα ξενοδοχείο έχει μια λίμνη με ψάρια σε σχήμα τριγωνικού πρίσματος, όπως φαίνεται στην εικόνα.
 (α) Να βρείτε τον όγκο του νερού που χρειάζεται, για να γεμίσει η λιμνούλα.
 (β) Να υπολογίσετε την εσωτερική επιφάνεια της λίμνης που πρέπει να στεγανοποιηθεί ώστε να μην υπάρχει διαρροή νερού.
13. Μια εταιρεία θέλει να κατασκευάσει αντίσκηνα με διαστάσεις όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Το κάτω μέρος του αντίσκηνου δεν καλύπτεται από ύφασμα. Η πρόσοψη του αντίσκηνου έχει σχήμα ισοσκελούς τριγώνου ($AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο με $AB = AG$).
 Να βρείτε το εμβαδόν του υφάσματος που χρειάζεται για κάθε αντίσκηνο.
 (Η απάντηση να δοθεί με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου).

