



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
(ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ)

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $A = |x^2 + 5| - |-x^2 - 1|$

ii) $B = |(x-1)(x+1)+5| - |x^2 - 6x + 9|$

iii) $\Gamma = |x^2 + 2x + 1| - |4x - x^2 - 4|$

iv) $\Delta = |(2x+1)^2 - (x+2)^2 - 2x^2 + 4|$.

2. Να εκφράσετε για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς απόλυτες τιμές:

1. $A = |x-2| + 3x - 7$

2. $B = |x+2| - 3x + 4$.

3. $\Gamma = |x-5| + 2x - 1$

4. $\Delta = |x| + |x-2|$

5. $E = |x-5| + |7-x|$

6. $Z = |x+2| + 3|x-1|$.

7. $H = |x-3| + |x-5|$.

8. $\Theta = |x^3 - x^2|$.

3. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α , β και γ ισχύει: $\alpha < \beta < \gamma$, να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = 3|\alpha - \beta| + 2|\beta - \gamma| - 4|\gamma - \alpha|.$$

4. Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει: $-1 < x < 2$, να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = 2|x+1| + 3|x+2| + 6|x-2|.$$

5. Αν $3 < x < 6$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = |x-6| + |x-3|$$

$$B = |3-x| + |9-x|$$

$$\Gamma = |x-6| - |12-2x| - x + 9$$

$$\Delta = ||3-x|-3| - 6.$$

6. Αν $\alpha \in (2, 3)$ τότε:

i) να αποδείξετε ότι: $-2 < \alpha - 4 < -1$ και $-3 < -3\alpha + 6 < 0$

ii) να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = 3|\alpha - 2| + |\alpha - 4| + |- \alpha| - |6 - 3\alpha|$.

7. Έστω πραγματικός αριθμός α τέτοιος, ώστε: $0 < \alpha < 2$, να αποδείξετε ότι:

i) $(\alpha - 2) \cdot |\alpha| + \alpha \cdot |\alpha - 2| = 0$

ii) $|\alpha^2 - 2\alpha| + |\alpha^2 - 2\alpha + 1| = 1$.

8. Αν $-1 < x < 1$ να αποδείξετε ότι: $\frac{|x+1| - |x-1|}{|x+1| + |x-1|} = x$.

9. Αν $\alpha \in [-1, 1]$ να αποδείξετε ότι: $||\alpha - 1| - |\alpha + 1|| = 2|\alpha|$.

10. Αν $2 < x < 5$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $|x-5| + |x-2|$

ii) $|4x-7| + |3x-16|$

iii) $||x-5|+1| + ||2-x|+1|$

iv) $|2|x-2|-6|$.



11. Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει η σχέση: $|x-1| = x-1$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $A = |x - |x-1||$ ii) $B = |x - |x + |x-1||$ iii) $\Gamma = ||2x-1| - |x-1||$ iv) $\Delta = ||1-x| + |1+x|| - 2x$.

12. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύουν οι σχέσεις: $x < 0$, $y > 0$ και $x+y \neq 0$

να βρείτε την τιμή της παράστασης: $\frac{||x|-|y||}{|x+y|} - \frac{|x-y|}{x-y} + \frac{x-y}{|x|+|y|}$.

13. Έστω α, β δύο πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι, ώστε: $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$ και $\alpha \cdot |\beta| = \beta \cdot |\alpha|$, να αποδείξετε ότι:

i) $\alpha + \beta = \alpha\beta$ ii) $\frac{\alpha}{\beta} > 0$ iii) $\alpha > 0$ και $\beta > 0$ iv) $\alpha > 1$ και $\beta > 1$.

14. Έστω πραγματικοί αριθμοί x, y για τους οποίους ισχύει η σχέση: $|y-2-|x-1|| + y = 2$,

α) να αποδείξετε ότι: $y \leq 2$ και β) να βρείτε την τιμή του x .

15. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$A = \frac{y^2-9}{|y|+3}$ $B = \frac{1-x^2}{8+8|x|}$ $\Gamma = \frac{x^2-10x+25}{|x-5|}$ $\Delta = \frac{|x|^3+4x^2}{3|x|+12}$ $E = \frac{x^2+6|x|+9}{|x|+3}$.

16. Να αποδείξετε τις ισοδυναμίες: i) $|\alpha - |\alpha|| = 3 + |\alpha| \Leftrightarrow \alpha = -3$ ii) $|\alpha + |\alpha|| = \alpha - |\alpha| \Leftrightarrow \alpha = 0$

17. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς ισχύει η σχέση x, y : $|2x+3y| = |3x+2y|$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί x και y είναι **ίσοι** ή **αντίθετοι**.

18. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύουν οι σχέσεις: $|3\alpha-4\beta| = 2$ και $|3\alpha+4\beta| = 10$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $|9\alpha^2 - 16\beta^2|$ ii) $\left| \frac{15\alpha - 20\beta}{3\alpha + 4\beta} \right|$ iii) $9\alpha^2 + 16\beta^2$ iv) $\alpha\beta$.

19. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύουν οι σχέσεις: $|\alpha| = 3$ και $|\beta| = 5$, να αποδείξετε ότι:

i) $|2\alpha + \beta| \leq 11$ ii) $|\alpha - \beta| \leq 8$ iii) $|\alpha + \beta + 2| \leq 10$ iv) $\left| \frac{3}{\alpha} + \frac{5}{\beta} \right| \leq 2$.

20. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύουν οι σχέσεις: $|\alpha-1| \leq 2$ και $|\beta-2| \leq 3$

να αποδείξετε ότι: i) $|\alpha + \beta - 3| \leq 5$ και ii) $|2\alpha + \beta - 4| \leq 7$