



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
(ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ)

1. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \sqrt{81} - \sqrt{121} + \sqrt{144} \quad B = \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{25}}} \quad \Gamma = \sqrt{7 - \sqrt{13 - \sqrt{16}}} \quad \Delta = \sqrt{84 - \sqrt{2 + \sqrt{49}}}$$

2. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς ριζικά:

$$\text{i) } A = \sqrt{(-43)^2} + \sqrt{44^2} \quad \text{ii) } B = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2}$$

3. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 2 \quad \text{ii) } \sqrt{(2-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{7})^2} = 1.$$

4. Να αποδείξετε ότι: $\text{i) } \sqrt{\frac{3^{19} + 9^6}{3^{17} + 9^5}} = 3$ $\text{ii) } \sqrt{\frac{8^{11} - 2^{30}}{4^{15} + 3 \cdot 16^7}} = 2.$

5. Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει $-3 < x < -2$, να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = 5\sqrt{(x-2)^2} - 3\sqrt{(x+3)^2} + \sqrt{x^2 + 4x + 4}.$$

6. Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει ότι $x \in (-2, 2)$, να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2} - \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}.$$

7. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς ριζικά:

$$\text{i) } \sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} \quad \text{ii) } \sqrt{(x^2 - 4x + 4)^3} \quad \text{iii) } \frac{\sqrt{x^2 + 4x^2}}{4\sqrt{x^2 + 1}} \quad \text{iv) } \sqrt{(x + |x|)^2} + \sqrt{(x - |x|)^2}.$$

8. Αν $A = \sqrt{2} + 1$, $B = \sqrt{2} - 1$, να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } A^2 - B^2 = 4\sqrt{2} \quad \text{ii) } \frac{A^2 + B^2}{2} = 3 \quad \text{iii) } \sqrt{AB} = 1 \quad \text{iv) } A^3 + B^3 = 10\sqrt{2}.$$

9. **A.** i) Να βρείτε τα αναπτύγματα των $(2 + \sqrt{5})^2$ και $(2 - \sqrt{5})^2$.

ii) Να αποδείξετε ότι $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = 4$.

B. i) Να βρείτε τα αναπτύγματα των $(4 - \sqrt{15})^2$ και $(4 + \sqrt{15})^2$.

ii) Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \sqrt{31 - 8\sqrt{15}} + \sqrt{31 + 8\sqrt{15}}$.



10. Να αποδείξετε ότι: α) $\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{30}}{\sqrt{240}} = 2$ β) $\sqrt{7} + \sqrt{63} + \sqrt{343} = \sqrt{28} + \sqrt{112} + \sqrt{175}$.

γ) $\sqrt{\frac{(1+\sqrt{3})^2}{3}} + \sqrt{\frac{(1-\sqrt{3})^2}{3}} = 2$ δ) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5-2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5+2\sqrt{5}} = 5$

11. Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

i) $A = (\sqrt{5} + \sqrt{20} - \sqrt{27} - \sqrt{12})(\sqrt{45} + \sqrt{48} + \sqrt{3})$

ii) $B = (\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50})(\sqrt{98} + \sqrt{162} - \sqrt{200})$.

12. Αν $x + \sqrt{75} = \sqrt{48}$, να υπολογίσετε τις τιμές των x^2 και x^3 .

13. Αν $\alpha = \sqrt{4-\sqrt{15}} + \sqrt{4+\sqrt{15}}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = |\alpha^2 - 9| - |\alpha^2 - 1|.$$

14. Αν $x = \sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}}$, να αποδείξετε ότι:

i) ο x^2 είναι φυσικός αριθμός ii) $(x^3 - 2x - 1)^{100} = 1$.

15. Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{15} - \sqrt{5}$ και $\beta = 5 - \sqrt{3}$.

i) Να βρείτε τα αναπτύγματα των α^2 και β^3 .

ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς α και β .

16. i) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt{11} + \sqrt{5}$ και $\sqrt{30}$.

ii) Να αποδείξετε ότι $\sqrt{11} - \sqrt{5} > \sqrt{19} - \sqrt{11}$.

17. Να μετατρέψετε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητούς παρονομαστές:

i) $\frac{15}{\sqrt{3}}$ ii) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$ iii) $\frac{10}{\sqrt{5}-1}$ iv) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$.

18. Αν $A = \sqrt{13} - \sqrt{11}$ και $B = \sqrt{13} + \sqrt{11}$ να αποδείξετε ότι: i) $AB = 2$ ii) $\frac{A+B}{2A} - \frac{B-A}{2B} = 12$.

19. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων: $A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ $B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{12-\sqrt{23}}{12+\sqrt{23}}} + \sqrt{\frac{12+\sqrt{23}}{12-\sqrt{23}}} \quad \Delta = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}} - \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$$