



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
(v - PIZA)

1. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων :

$$A = \frac{\sqrt{49} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{16} - \sqrt[5]{32}}{\sqrt{81} + \sqrt[3]{64} + \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{1024}} \quad \text{και} \quad B = \frac{\sqrt{121} + \sqrt[3]{125} - \sqrt[4]{81}}{\sqrt{144} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[4]{64}}$$

2. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων :

$$A = \sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{256} - \sqrt[5]{32} - \sqrt[6]{64} \quad \text{και} \quad B = \sqrt[3]{125} - \sqrt[10]{1024} + \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{243}.$$

3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $A = x - 2\sqrt{x+1} - \frac{3\sqrt[3]{4x-5} - \sqrt{2x-7}}{\sqrt{x-4}}$, για $x = 8$

4. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις : $A = \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54}$ και $B = \sqrt{2} + \sqrt[4]{324} - 4\sqrt[6]{8}$

5. Αν $x^{v+1} = 1940$, να βρείτε την τιμή της παράστασης : $A = \sqrt[v+1]{x^{v^2}} \cdot \sqrt[v+1]{x^{2v+1}}$.

6. Αν $\alpha, \beta, \gamma > 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$A = \sqrt[3]{\alpha\beta} \cdot \sqrt[3]{3\beta\gamma} \cdot \sqrt[3]{9\alpha^2\beta^2\gamma^2} \quad \text{και} \quad B = \sqrt{\alpha^2\beta^{v-3}} \cdot \sqrt{\alpha^{v-3}\beta^v\gamma^{v-1}} \cdot \sqrt{\alpha^{v-1}\beta^3\gamma^{v+1}}.$$

7. Να αποδείξετε ότι αν $0 \leq x \neq 1$, τότε : $\frac{\sqrt[3]{x}+1}{1+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}} \cdot \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^2}-1} = 1$.

8. Αν είναι $x = \frac{\sqrt[3]{\alpha^2}}{\sqrt{\beta}}$ και $B = x^3 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)x}{\beta\sqrt[3]{\alpha^2}} + \sqrt{\beta}$, όπου $\alpha \neq 0$ και $\beta > 0$ να δείξετε ότι $B = 0$.

9. Να γίνουν οι πράξεις : $(\sqrt[3]{16} + 4 \cdot \sqrt[3]{2} + 4 \cdot \sqrt[3]{54}) \left(3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2}} + 5 \cdot \sqrt[3]{4} \right)$.

10. Να αποδείξετε ότι : **α)** $\sqrt[3]{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ και **β)** $\sqrt{7+2\sqrt{6}} = \sqrt[3]{19+9\sqrt{6}}$.

11. Έστω $x = \sqrt{2} - 1$,

α) να αποδείξετε ότι: $x^2 = 3 - 2\sqrt{2}$, **β)** να αποδείξετε ότι: $x^3 = 5\sqrt{2} - 7$

γ) να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \sqrt{3-\sqrt{8}} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$

δ) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $B = x - \frac{1}{x}$



12. Να μετατρέψετε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητούς παρονομαστές:

$$\frac{6}{\sqrt[3]{2}} \quad , \quad \frac{8}{\sqrt[5]{2^3}} \quad , \quad \frac{9}{\sqrt[3]{4}-1} \quad \frac{12}{\sqrt[3]{7}+8} \quad \frac{6}{\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{2}} \quad \frac{12}{\sqrt[3]{11}-\sqrt[3]{7}}$$

13. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με τη μορφή μιας ρίζας.

$$\text{Α. } \sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}} \quad \text{Β. } \sqrt[4]{2^3\sqrt{2}\sqrt{2}} \quad \text{Γ. } \sqrt{\sqrt{5}\sqrt{5}\sqrt{5}} \quad \text{Δ. } \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}\sqrt[5]{\sqrt[3]{3^2}}} \quad \text{Ε. } \sqrt[5]{3\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3}}$$

14. Να αποδείξετε ότι: **i)** $\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[6]{2^5} = 4\sqrt[10]{2}$ **ii)** $\sqrt[3]{\sqrt{7}} \cdot \sqrt[4]{7^3} \cdot \sqrt[3]{7} = 7 \cdot \sqrt[4]{7}$

15. Υπολογίστε τις παραστάσεις : **α)** $\sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[3]{2^4}$ **β)** $\sqrt[3]{7\sqrt{16}} \cdot \sqrt[2]{2^{17}}$ **γ)** $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{34}-3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{34}+3}$

16. Να βρεθούν τα γινόμενα : $A = \sqrt{\alpha^3} \cdot \sqrt[5]{\alpha^4} \cdot \sqrt[10]{\alpha}$, $B = \sqrt[6]{\alpha^5} \cdot \sqrt{\sqrt[5]{\alpha^7}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[5]{\alpha^2}}$,

$$\Gamma = \sqrt[3]{\sqrt[3]{(\alpha^2)^4}} : \sqrt[3]{\alpha^5} \quad \Delta = \left(\sqrt[8]{(\sqrt[5]{\alpha})^7} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[4]{\alpha^3}} \right) : \sqrt[4]{\sqrt[3]{\alpha}} \quad (\alpha > 0)$$

17. Να απλοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις : $A = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{9}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}$, $B = \sqrt[3]{25 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{5}}$

$$\Gamma = \sqrt[5]{\alpha^4\beta^3} \cdot \sqrt[3]{\alpha\beta^2} \cdot \sqrt{\alpha^4\beta^8} \quad , \quad \Delta = \sqrt[4]{\alpha} \cdot \sqrt[6]{\alpha^5\beta} \cdot \sqrt[12]{\alpha^3\beta^{10}} \quad , \quad E = \sqrt[5]{\alpha^4\beta} \cdot \sqrt[3]{\alpha^4\beta\gamma^{10}} \cdot \sqrt{\alpha\beta^3\gamma^4} \quad , \quad Z = \sqrt[6]{\alpha^{17}} : \sqrt[18]{\alpha^{-3}}$$

18. Να απλοποιηθεί η παράσταση : $A = \left(\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[5]{3} \cdot \sqrt{2}} : \sqrt[5]{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}} \right) \cdot \sqrt[20]{4} \cdot \sqrt[15]{9}$.

19. Αν $\beta > \alpha > 0$, να αποδείξετε ότι : $A = \frac{\sqrt{\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} - 2}}{\sqrt[3]{\alpha\beta}} \cdot \frac{2\sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt[3]{\frac{\beta^2}{\alpha} - \frac{\alpha^2}{\beta} - 3 \cdot (\beta - \alpha)}} = 2$.

20. Να δείξετε ότι: **α)** Αν $\alpha = \sqrt[3]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$, να δείξετε ότι $\alpha^3 - 3\alpha = 18$

β) Αν $\beta = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $\beta^3 + 3\beta$.