



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ: « Αριθμητική Πρόοδος »

Μάθημα 2ο

«Αριθμητικός μέσος-Διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου»

Εργασία 1^η:

Να βρείτε τον αριθμητικό μέσο των αριθμών:

- i) 3 και 23 ii) -5 και 37 iii) -31 και -3 iv) -12 και 7 v) -11 και 11

Εργασία 2^η:

α) Να βρεθεί για ποια τιμή του $x \in \mathbb{R}$, ο αριθμός **15** είναι ο αριθμητικός μέσος των αριθμών **$2x+1$** και **$7x+2$** .

β) Να βρεθεί για ποια τιμή του $x \in \mathbb{R}$, οι αριθμοί **$x+5$** , **$3x-5$** , **$2x+6$** είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

γ) Δίνονται δύο αριθμοί που ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου και έχουν αριθμητικό μέσο τον 16. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

Εργασία 3^η:

α) Δίνεται μία αριθμητική πρόοδος (α_n) . Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί : $\alpha_4 + \alpha_5$, $\alpha_7 + \alpha_9$ και $\alpha_{10} + \alpha_{13}$, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, οι αριθμοί $3\alpha + \beta$, $2(\alpha - \beta)$ και $\alpha - 5\beta$ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Εργασία 4^η:

Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να αποδείξετε ότι το ίδιο συμβαίνει και για τους αριθμούς

- 1) $\beta + \gamma$, $\gamma + \alpha$, $\alpha + \beta$ 2) $(\beta + \gamma)^2 - \alpha^2$, $(\gamma + \alpha)^2 - \beta^2$, $(\alpha + \beta)^2 - \gamma^2$
3) $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$, $\gamma^2 + \gamma\alpha + \alpha^2$, $\beta^2 + \beta\gamma + \gamma^2$

Εργασία 5^η:

1) Να προσδιοριστεί ο έτσι ώστε οι αριθμοί: $3x - 7$, $x + 2$, $12 - 2x$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;

2) Να προσδιοριστεί ο έτσι ώστε οι αριθμοί: $3x^2 - 2x + 1$, $2x^2 + 5x - 4$, $4x^2 - 3x + 9$, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;

3) Τα ψηφία ενός τετραψήφιου αριθμού είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αν το τελευταίο ψηφίο είναι τετραπλάσιο του πρώτου, να βρεθεί ο αριθμός.



Εργασία 6^η:

1) Οι αριθμοί $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ (όπου $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$) είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί $\alpha\beta, \alpha\gamma, \beta\gamma$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

2) Δίνονται οι θετικοί αριθμοί α, β, γ ώστε οι αριθμοί: $\frac{\alpha + \beta}{\beta + \gamma}, \frac{\alpha}{\beta + \gamma} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta}, \frac{\beta + \gamma}{\alpha + \beta}$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να αποδείξετε ότι και οι αριθμοί $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Εργασία 7^η:

Να βρεθεί για ποιες τιμές των x, y οι αριθμοί $xy - \frac{1}{xy}, y - \frac{1}{y}, \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$ είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου; Ποια είναι η διαφορά ω της προόδου

Εργασία 8^η:

Οι ρίζες ρ_1, ρ_2 της εξίσωσης $x^2 - \lambda x + \mu = 0$ και οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $x^2 - (5\lambda - 4)x + \mu = 0$, κατά την σειρά ρ_1, ρ_2, x_1, x_2 αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να υπολογιστούν οι λ, μ .