



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ: « Γεωμετρική Πρόοδος »

Μάθημα 2ο «Γεωμετρικός μέσος-Διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου»

Εργασία 1^η:

1. i) Οι αριθμοί 2, x, 8 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε το x
ii) Να βρείτε τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών 2 και 8.
2. i) Οι αριθμοί -9, x, -4 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε το x
ii) Να βρείτε τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών -9 και -4
3. Ο αριθμός x είναι ο γεωμετρικός μέσος των αριθμών x-3 και 2x+8. Να βρείτε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο αριθμός x.
4. Οι αριθμοί x-2, 2x-2, 4x+4 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε :
i) το x
ii) τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών x και 27
5. Οι αριθμοί 2, x-1, x²+2x-3 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τιμές που μπορεί να πάρει ο x
6. Να βρεθεί ο αριθμός x αν οι αριθμοί 1-x, 1+x, 35-x είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

Εργασία 2^η:

1. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $\frac{\alpha^5 \gamma^3}{\beta^4}$, $\alpha \beta \gamma$, $\frac{\beta^6}{\alpha^3 \gamma}$ για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου
2. Αν οι αριθμοί είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι:
 $(\alpha + \beta) \cdot (\beta + \gamma) + \alpha^2 + \gamma^2 - \beta(\alpha + \gamma) = (\alpha + \gamma)^2$.
3. Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι το ίδιο συμβαίνει και για τους αριθμούς:
i) $\alpha\beta, \alpha\gamma, \beta\gamma$ ii) $\alpha, \alpha - 2\beta, \alpha - 4\beta + 4\gamma$ iii) $\frac{(\alpha + \beta)^2}{(\beta + \gamma)^2} = \frac{\alpha}{\gamma}$
4. Αν οι αριθμοί $\alpha, \alpha\beta, 2\beta^3 - \beta^2\gamma$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, με $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$ να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
5. Αν οι αριθμοί $2\beta(\alpha + \beta), \beta(\beta + \gamma), 2(\alpha + \beta)(\gamma - \beta)$ να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.



Εργασία 3^η:

1. Έστω α και β δύο θετικοί αριθμοί. Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος τους είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον γεωμετρικό μέσο τους.
2. Να βρεθούν τρεις αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν το άθροισμά τους είναι 21 και το γινόμενό τους είναι 216.
3. Να βρεθούν τρεις αριθμοί που να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν το άθροισμά τους είναι 292 και οι άκροι όροι διαφέρουν κατά 252.

Εργασία 4^η:

Να βρεθούν οι αριθμοί x, y, z όταν :

- α) $x+y+z=147$, οι x, y, z είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και οι x, z, y είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου
- β) $x+y+z=28$, οι x, y, z είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου και οι $x, y+2, z$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
- γ) $2y=z+1$, οι x, y, z είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και οι $x, y-1, z-1$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

Εργασία 5^η:

1. Να βρείτε τρεις αριθμούς α, β, γ που είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου με διαφορά ω και οι αριθμοί $\alpha, \beta+2, \gamma+12$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου με λόγο $\lambda=1+\omega$
2. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αυξάνοντας τον α κατά 1 ή αυξάνοντας τον γ κατά 2, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μία γεωμετρική πρόοδο. Να προσδιορίσετε τους αριθμούς α, β, γ .
3. Θεωρούμε δύο προόδους, μία αριθμητική με τέσσερις πρώτους όρους τους αριθμούς 2, β, γ, δ και μία γεωμετρική με τέσσερις πρώτους όρους τους αριθμούς 2, B, Γ, Δ . Να βρεθεί η διαφορά της αριθμητικής και ο λόγος της γεωμετρικής, ώστε να είναι $\gamma=\Gamma$ και $\delta=\Delta$.

Εργασία 6^η:

1. Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, με άθροισμα 35 και οι αριθμοί $\alpha-5, \beta, \gamma$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.
2. Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, με άθροισμα 147 και οι αριθμοί α, γ, β είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.
3. Αν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, με άθροισμα 15 και με αύξηση κατά 1, 4, 9 αντιστοίχως είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.