





Εργασία 5^η:

1. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (a_n) , της οποίας το άθροισμα των πρώτων τριών όρων περιττής τάξης είναι 105, ενώ το άθροισμα των πρώτων τριών όρων άρτιας τάξης είναι -210.

- Να βρείτε :
- i) τον πρώτο όρο και τον λόγο της (a_n)
 - ii) το άθροισμα των πρώτων 8 όρων της (a_n)
 - iii) τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών a_2 και a_6 .

2. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (a_n) με λόγο $\lambda=2$. Να υπολογίσετε το πηλίκο : $\frac{a_1 + a_3 + \dots + a_{99}}{a_2 + a_4 + \dots + a_{100}}$

3. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (a_n) για την οποία ισχύει: $2 \cdot a_1 \cdot a_2 = a_2 + a_3$ και $S_{20} = 20.000$

- i) Να αποδείξετε ότι : $2 \cdot a_1 = \lambda + 1$ και
- ii) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{10}^2$

Εργασία 6^η:

1. Να βρεθεί γεωμετρική πρόοδος, που έχει ως πρώτο όρο τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης $x^2 - 6x + 8 = 0$ και ως λόγο τη μικρότερη ρίζα αυτής. Έπειτα να βρεθεί το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της.

2. Να βρεθεί γεωμετρική πρόοδος, που έχει ως πρώτο όρο τη μικρότερη ρίζα της εξίσωσης $x^3 - 2x^2 - 25x + 50 = 0$ και ως λόγο τη μεγαλύτερη ρίζα αυτής. Έπειτα να βρεθεί το άθροισμα των n πρώτων όρων της, αν σαν n πάρουμε την τρίτη ρίζα της εξίσωσης.

3. Να βρεθεί μία γεωμετρική πρόοδος που να έχει πρώτο όρο την μικρότερη ρίζα της εξίσωσης $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$ και λόγο τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης. Να βρεθεί το άθροισμα των k πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου, όπου ο k είναι ίσος με τον τετραπλάσιο της τρίτης ρίζας της εξίσωσης.

Εργασία 6^η:

1. Μεταξύ των αριθμών 2 και 486 να βρείτε τέσσερις αριθμούς, ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

2. Δίνεται η εξίσωση : $|2x^2 + 4x - 9| = |2x^2 + 3x + 7|$ Ανάμεσα στις θετικές ρίζες της παραπάνω εξίσωσης να βρείτε πέντε αριθμούς, ώστε όλοι μαζί να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

3. Δίνεται ακολουθία (a_n) με $a_1=9$ για την οποία ισχύει $a_{n+1} = 2 \cdot a_n - 6$

- i) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία (g_n) με $g_n = a_n - 6$ είναι γεωμετρική πρόοδος.
- ii) Να βρείτε τον 9ο όρο της ακολουθίας
- iii) Να βρείτε το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της (a_n)

4. Το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας ακολουθίας (a_n) είναι : $S_n = 3^{n+1} + x$, για κάθε $n \in \mathbb{N}^*$

- i) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία (a_n) είναι γεωμετρική πρόοδος
- ii) Να βρείτε τον αριθμό x .