



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Επίλυση εξίσωσης: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

α) $2x^2 - 7x + 6 = 0$ β) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ γ) $2x^2 - 5x + 4 = 0$
 δ) $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$ ε) $-3x^2 + 5x - 2 = 0$ στ) $-x^2 - 2x + 3 = 0$

2. Όμοια και οι εξισώσεις :

α) $x^2 - (\sqrt{2} + 2)x + \sqrt{8} = 0$ β) $x^2 + (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$
 γ) $2x^2 + (2 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$ δ) $5x^2 - (\sqrt{2} - 10)x - \sqrt{8} = 0$

3. Όμοια και οι εξισώσεις :

α) $(x^2 - 2x)(x^2 + 3x - 4) = 0$ β) $(4x^2 - 16)(x^2 - 5x) = 0$
 γ) $(x^2 + 3x - 10)(x^2 + 5x - 6) = 0$ δ) $(x^2 - 81)(2x^2 - 6x + 7) = 0$

4. α) Να λυθεί η εξίσωση: $|2x - 1| = 3$

β) Αν α, β με $\alpha < \beta$, είναι οι ρίζες του (α) ερωτήματος, να λύσετε την εξίσωση: $\alpha x^2 + \beta x + 3 = 0$

5. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

α) $|x^2 - 3x + 3| = 1$ β) $|x^2 + 2x + 8| = 7$
 γ) $|x^2 + 3x - 5| = |2x^2 - 4x + 5|$ δ) $|2x^2 + 5x - 3| + |2x^2 - 5x + 2| = 0$

6. Να βρεθεί το πλήθος των ριζών των παρακάτω εξισώσεων για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$

α) $x^2 + (\lambda - 4)x - 4\lambda = 0$ β) $2x^2 + (4\lambda - 1)x + 5\lambda^2 - \lambda + 1 = 0$
 γ) $x^2 - (2\lambda - 3)x - \lambda(4 - \lambda) = 0$ δ) $(\lambda - 3)x^2 + 2(\lambda - 1)x + \lambda + 3 = 0$
 ε) $\lambda x^2 - (\lambda - 3)x - 3 = 0$ στ) $(\lambda - 2)x^2 - 2(\lambda + 1)x + \lambda + 4 = 0$

7. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

α. $x^2 - 9kx + 14k^2 = 0$ β. $x^2 - (2\alpha - \beta)x - 2\alpha\beta = 0$ γ. $x^2 - (2\alpha - 3\beta)x - 6\alpha\beta = 0$.

δ. $x^2 + \alpha^2(1 - 2x) = \beta^2(2x - 1)$ ε. $(x - \alpha)(x + \alpha) = \beta x - \alpha^2$ στ. $(x + \alpha)(x - \beta) + \alpha\beta = 2x^2 - \alpha\beta$



8. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\mu - 1)x + 6 = 0$ (1) με παράμετρο $\mu \in \mathbb{R}$.
 α) Αν η εξίσωση (1) έχει λύση το 1, να βρείτε την τιμή του μ .
 β) Για $\mu = 2$ να λύσετε την εξίσωση (1).
9. Δίνεται η εξίσωση: $\mu x^2 - (\mu - 1)x - 1 = 0$ (1) με παράμετρο $\mu \neq 0$.
 α) Αν η εξίσωση (1) έχει λύση το -2, να βρείτε την τιμή του μ .
 β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\mu \neq 0$.
10. Να βρεθούν οι αριθμοί α, β αν η εξίσωση: $3x^2 - (5\alpha + 2)x + \beta^2 - 16 = 0$ έχει διπλή λύση την $x=0$.
11. Δίνονται οι εξισώσεις: $x^2 - 2x - 3 = 0$ (1) και $x^2 + (3\mu - 8)x + \mu^2 - 3\mu = 0$ (2) όπου η μικρότερη ρίζα της (1) είναι και ρίζα της (2).
 α) Να βρείτε την τιμή του μ και β) τις ρίζες της εξίσωσης (2).
12. Για ποιες τιμές του μ η εξίσωση $\mu x^2 - 2(\mu - 1)x + \mu - 4 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές;
13. Να υπολογισθεί ο μ ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να έχουν δύο ρίζες ίσες
 α. $(\mu - 1)x^2 - 2(\mu + 1)x + \mu - 2 = 0$ β. $x^2 + 2(2 - \mu)x + (1 + \mu)^2 = 0$.
 γ. $(\mu + 1)x^2 - (\mu + 4)x + \mu - 4 = 0$ δ. $2\mu x^2 + (5\mu + 2)x + (4\mu + 1) = 0$.
14. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - 2\mu x + \mu^2 - 1 = 0$ (1) με παράμετρο $\mu \in \mathbb{R}$.
 α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες.
 β) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.
 γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ οι δύο ρίζες άνισες ανήκουν στο διάστημα $(-2, 4)$.
15. Δίνεται η εξίσωση: $\mu x^2 - (\mu^2 - 1)x - \mu = 0$, με παράμετρο $\mu \neq 0$.
 α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι $\Delta = (\mu^2 + 1)^2$.
 β) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης είναι $x_1 = \mu$ και $x_2 = \frac{1}{\mu}$.
 γ) Να βρείτε τις τιμές του μ ώστε: $|x_1 - x_2| = 2$.
16. Δίνεται η εξίσωση: $\mu x^2 + (2\mu - 1)x + \mu - 1 = 0$, με παράμετρο $\mu \neq 0$.
 α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης είναι ανεξάρτητη του μ .
 β) Να προσδιορίσετε τις ρίζες της εξίσωσης συναρτήσει του μ .
 γ) να βρείτε για ποιες τιμές του μ η απόσταση των ριζών της εξίσωσης στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι ίση με 2 μονάδες.