



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : « Εξίσωση 2^{ου} βαθμού »

1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

α. $x^2 - 2x - 80 = 0$ β. $-x^2 + 16x - 48 = 0$ γ. $4x^2 + 12x + 9 = 0$ δ. $x^2 + 4x + 7 = 0$

ε. $x^2 - 4x\sqrt{3} + 9 = 0$ στ. $x^2 - 2x\sqrt{2} - 70 = 0$ ζ. $2x^2 - (\sqrt{5} + 4)x + 2\sqrt{5} = 0$.

2. Καθώς και οι εξισώσεις :

α. $x^2 - 9kx + 14k^2 = 0$ β. $x^2 - (2\alpha - \beta)x - 2\alpha\beta = 0$ γ. $x^2 - (2\alpha - 3\beta)x - 6\alpha\beta = 0$.

δ. $x^2 + \alpha^2(1 - 2x) = \beta^2(2x - 1)$ ε. $(x - \alpha)(x + \alpha) = \beta x - \alpha^2$ στ. $(x + \alpha)(x - \beta) + \alpha\beta = 2x^2 - \alpha\beta$

3. Να προσδιορισθεί ο λ ώστε η εξίσωση : $x^2 + x - 1 + 3\lambda = 0$ να έχει

α. Δύο πραγματικές και άνισες ρίζες β. Μία διπλή ρίζα γ. Καμία ρίζα (πραγματική).

4. Αν η εξίσωση : $3\alpha x^2 - (2\alpha + 3\beta)x + 2\beta = 0$, $\alpha\beta \neq 0$ έχει διπλή ρίζα δείξτε ότι : $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{2}$.

5. Να προσδιορισθεί ο λ ώστε η εξίσωση : $(\lambda - 1)x^2 + 12x + \lambda + 4 = 0$, να έχει μία διπλή ρίζα.

6. Για ποιες τιμές του μ η εξίσωση $\mu x^2 - 2(\mu - 1)x + \mu - 4 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές ;

7. Να υπολογισθεί ο μ ώστε οι παρακάτω εξισώσεις να έχουν δύο ρίζες ίσες

α. $(\mu - 1)x^2 - 2(\mu + 1)x + \mu - 2 = 0$ β. $x^2 + 2(2 - \mu)x + (1 + \mu)^2 = 0$.

γ. $(\mu + 1)x^2 - (\mu + 4)x + \mu - 4 = 0$ δ. $2\mu x^2 + (5\mu + 2)x + (4\mu + 1) = 0$.

8. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $(\alpha + 1)x^2 - (2\alpha + 3)x + \alpha + 2 = 0$ έχει πάντα λύσεις πραγματικές και άνισες.

9. Αν $\lambda \in (0, 2) \cup (2, 3)$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 + (8 - 2\lambda)x - (8 - 3\lambda) = 0$ έχει λύσεις πραγματικές και άνισες.

10. Αν $\mu \in (3, 4)$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση $4x^2 + 4(2 - \mu)x + 3\mu - 8 = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες.

11. Αν $\alpha > 2\beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x(x - \alpha) = \kappa(x - \beta)$ έχει λύσεις πραγματικές και άνισες για κάθε $\kappa > 0$.

12. Αν η εξίσωση $x^2 + \alpha x + \beta = 0$ έχει λύσεις πραγματικές και άνισες να αποδειχθεί ότι το ίδιο συμβαίνει και για την εξίσωση : $x^2 + \alpha x + \beta + 2\lambda x + \alpha\lambda = 0$.

13. Αν α και β ρητοί αριθμοί με $\alpha \neq \beta$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση : $(\alpha - \beta)^2 x^2 + 2(\alpha^2 + \beta^2)x + (\alpha + \beta)^2 = 0$ έχει λύσεις ρητές.



14. Να αποδείξετε ότι αν η εξίσωση $x^2 + \beta x + \alpha = 0$ έχει διπλή λύση, το ίδιο συμβαίνει και με την εξίσωση :
- $$\left(1 - \alpha + \frac{\beta^2}{2}\right)x^2 + \beta(\alpha + 1)x + \alpha(\alpha - 1) + \frac{\beta^2}{2} = 0.$$
15. Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ αν η εξίσωση $(\lambda^2 - 1)x^2 - (2\lambda - 1)x - 3 = 0$ έχει λύση την μονάδα. Ποια είναι η άλλη λύση της .
16. Να βρεθούν οι αριθμοί α, β αν η εξίσωση : $3x^2 - (5\alpha + 2)x + \beta^2 - 16 = 0$ έχει διπλή λύση το μηδέν
17. Να βρεθεί ο $k \in \mathbb{R}$, αν η εξίσωση $x^2 - 2kx + k^2 = 0$ έχει ρίζα το 2 και στην συνέχεια να δείξετε ότι η ρίζα αυτή είναι διπλή
18. Η εξίσωση $x^2 + \lambda x + \lambda^2 - 7 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, έχει ρίζα το -2 .
 α. Να βρείτε τις τιμές του λ .
 β. Για κάθε τιμή του λ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να λύσετε την εξίσωση.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

1. Να λυθούν οι εξισώσεις: i) $3x^2 - 5|x| - 2 = 0$ ii) $(3x + 2)^2 - |3x + 2| = 12$
2. Να λυθούν οι εξισώσεις: i) $x^4 - 13x + 36 = 0$ ii) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$
3. Να λυθεί η εξίσωση $2x^4 - 4x^2 + 3(\lambda - 2) = 0$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$
4. Να λυθούν οι εξισώσεις:
 α) $\frac{1}{x^2 - x} + \frac{5}{x^2 + x} = \frac{2x}{x^2 - 1}$, β) $\frac{30}{x^2 - 1} - \frac{13}{x^2 + x + 1} = \frac{7 + 18x}{x^3 - 1}$, γ) $1 - \frac{3 - 2x}{5 - x} = \frac{3}{3 - x} - \frac{x + 3}{x + 1}$
5. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $(x^2 + x + 2)^2 - 3(x^2 + x + 1) = 7$ β) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 - 35\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 216 = 0$