

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2****ΕΝΟΤΗΤΑ : «Πραγματικοί αριθμοί - Πράξεις - Ιδιότητες»****Εργασία 1η**

1. Αν $x=253$ και $y=247$, να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = x[2x - y - 2(x - y)] + y(4 - x) + 4x.$$

2. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $A = (2^4)^3 \cdot 2^{-5} \cdot 2^{-4}$ ii) $B = \frac{(7^3)^5 \cdot 7^6}{(7^4 \cdot 7^{-11})^{-3}}$ iii) $\Gamma = \frac{(-2^2)^3 \cdot (-2)^6 \cdot (-2^3)^3}{-2^4 \cdot (-2)^5}$

3. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $A = (-0,25)^{17} \cdot 8^{11}$ ii) $B = \left(\frac{4}{2^3}\right)^3 \cdot \frac{(0,25)^3}{(1,25)^3}$ iii) $\Gamma = \frac{2^8 - 2^7 + 2^6 - 2^5}{8^3 : 2^7 + 1}$

iv) $\Delta = \frac{3^{-7} \cdot 6^5 \cdot 12^{-3}}{2^{-2} : 81^2}$ v) $E = (-4)^{10} : 2^{17} - [(-2)^3]^4 : 8^3$

Εργασία 2η

1. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύουν οι σχέσεις $x^y = 2$ και $y^x = 1$,

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{x^{2y} + y^{2x}}{x^{-y} \cdot y^{-x}}.$

2. Αν οι αριθμοί x, y είναι αντίστροφοι να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $A = -5(2x^{-1}y^{-2})^{-2} \cdot (x^{-2})^{-1}$ ii) $B = \frac{(x^{-3}y^{-1})^3}{(x^{-1}y)^{-1}} : \frac{(x^{-1})^{-2}y^4}{x^2(y^{-1})^4}.$

3. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις ως μία δύναμη:

$$A = 3^{77} + 3^{77} + 3^{77}$$

$$B = 2^{102} - 2^{101} - 2^{100}$$

$$\Gamma = 2^{59} - 4^{29}$$

$$\Delta = 2^{17} \cdot 3^{18} - 2^{18} \cdot 3^{17}$$



Εργασία 3η

1. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{5}$,
να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $A = \frac{10\alpha + 7\beta}{\beta}$ ii) $B = \frac{4\alpha - 3\beta}{\alpha + \beta}$.

2. Έστω πραγματικοί αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ τέτοιοι, ώστε $\frac{\alpha}{\alpha + \gamma} = \frac{1}{3}$ και $\frac{\beta}{\beta + \delta} = \frac{1}{4}$.

i) Να αποδείξετε ότι $\gamma = 2\alpha$ και $\delta = 3\beta$.

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\alpha\beta + \beta\gamma}{\beta\gamma + \gamma\delta}$.

3. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει η σχέση $\frac{3y - 2x}{3y - 4x} = 2$, τότε:

i) να αποδείξετε ότι $y = 2x$

ii) να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{2x^2 + 3y^2 + xy}{xy}$.

Εργασία 4η

1. Αν n είναι θετικός ακέραιος αριθμός, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = (-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^{n+2} + (-1)^{n+3}$.

2. Να αποδείξετε ότι για κάθε φυσικό αριθμό n ο αριθμός $\alpha = 5^{n+2} - 5^{n+1} - 5^n$
είναι πολλαπλάσιο του 19.

3. Να αποδείξετε ότι για κάθε φυσικό αριθμό n ο αριθμός $\beta = 3^{n+2} + 2 \cdot 3^{n+1} - 4 \cdot 3^n$
είναι πολλαπλάσιο του 11.