



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
(ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ – ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ 2^{ΟΥ} ΒΑΘΜΟΥ)

1. Για τις διάφορες πραγματικές τιμές του x να βρεθεί το πρόσημο των τριωνύμων :

α) $f(x) = -2x^2 + 5x - 6$, β) $f(x) = 9x^2 - 6x + 1$, γ) $f(x) = -x^2 + 3x + 4$,
δ) $f(x) = x^2 - 5x - 24$, ε) $f(x) = 3x^2 - x - 4$, ζ) $f(x) = -2x^2 + 16x - 24$

2. Να λυθούν οι ανισώσεις: α) $-x^2 + 4x + 5 < 0$, β) $x^2 - 3x + 6 > 0$, γ) $x^2 - 6x - 16 \leq 0$,

δ) $\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{4} + \frac{1}{6} < 0$, ε) $5x^2 + 3x - 2 \geq 3x^2 - 2x + 10$, ζ) $4x^2 - 4x + 1 > 0$, η) $3x^2 - 5x - 2 \leq 0$.

3. Όμοια και οι ανισώσεις: α) $2x^2 - 8 < 0$, β) $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$, γ) $(x+2)^2 > 4(x+2)$,

δ) $\frac{x^2}{4} - 3x + 9 > 0$, ε) $x(x-1) > -x + 25$, ζ) $\frac{x(x+1)}{2} - \frac{x^2}{3} > \frac{3x+1}{6}$, η) $2x^2 - 5x - 3 < (x-1)^2$.

4. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει η σχέση : $x^2 + 3x + 1 < 2x^2 + x - 2 \leq x^2 + x + 14$

5. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων: α) $x^2 + x - 2 > 0$ και $x^2 - 2x - 15 < 0$

β) $7x^2 + 13x > 2$ και $-5x^2 + 6x - 1 \leq 0$, γ) $3x^2 - 7x + 2 \leq 0$ και $x^2 - 4x + 3 < 0$

6. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες οι ανισώσεις : α) $x^2 + 2\lambda x + 3\lambda - 2 > 0$ και

β) $x^2 - 2(4\lambda - 1)x + 15\lambda^2 - 2\lambda - 7 > 0$, αληθεύουν για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

7. Να δείξετε ότι : $x^2 + 3 > \lambda x(2 - \lambda x)$, για κάθε $\lambda, x \in \mathbb{R}$

8. Να δείξετε ότι η εξίσωση $(\lambda^2 + 1)x^2 - (\lambda + 1)x + 1 = 0$ είναι αδύνατη για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

9. Αν $\lambda \neq \mu$ τότε το τριώνυμο $f(x) = x^2 - (\lambda + \mu)x + \lambda^2 - \lambda\mu + \mu^2$ είναι θετικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$

10. Για ποιες τιμές του $\lambda \neq 0$ το τριώνυμο $f(x) = \lambda x^2 - 2(\lambda - 1)x + (\lambda - 3)$ είναι αρνητικό για κάθε τιμή του $x \in \mathbb{R}$.

11. Να αποδειχθεί ότι το τριώνυμο $f(x) = 2x^2 - \lambda(10x - 7) - 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$, δεν διατηρεί ίδιο πρόσημο για όλα τα $x \in \mathbb{R}$.

12. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, το τριώνυμο $f(x) = 2x^2 + 4x + 3 - \lambda$, είναι μη αρνητικό για όλες τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

13. Να αποδειχθεί ότι το τριώνυμο $f(x) = (\lambda^2 + 1)x^2 - 2(\lambda - 1)x + 1$, έχει πάντα δύο ρίζες πραγματικές και άνισες , για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.



14. Δίνεται η εξίσωση : $x^2 - 2(k+1)x + k = 0$

1. Να δείξετε ότι έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $k \in \mathbb{R}$.

2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε τις τιμές του $k \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει : $x_1^2 + x_2^2 > 14$ 15. Θεωρούμε την εξίσωση: $(1+a^2)x^2 - (1+a)x - 1 = 0$

α) Να δείξετε ότι για κάθε $a \in \mathbb{R}$ έχει δύο πραγματικές και ετερόσημες ρίζες

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει $x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 \leq \frac{2}{5}$

16. Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει: $(a-2)x^2 + (a+1)x + a+1 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

17. Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 1$, ώστε να ισχύει: $(a-1)x^2 - 2(a-3)x - 2a - 10 < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

18. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, να βρείτε το πλήθος και το είδος των ριζών των εξισώσεων :

α) $x^2 - (\lambda+1)x + \lambda^2 - 1 = 0$, β) $(\lambda-1)x^2 - (\lambda-1)x + \lambda = 0$

19. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - \lambda x - (\lambda^2 - 3\lambda + 2) = 0$. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο ρίζες ετερόσημες.

20. Αν η ανίσωση: $x^2 - 4x + \lambda + 3 \geq 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης: $x^2 - \lambda(2x-1) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

21. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις: α) $|2x+1| < |x-1|$, β) $|3x-1| \geq |x+1|$
γ) $|x^2 - x + 2| < 3 - x$, δ) $|2x^2 + x + 1| \geq 2$.

22. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει : $x^2 + y^2 - 4x - 4y + \lambda > 0$, για κάθε $y, x \in \mathbb{R}$.

23. Να βρείτε τον $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση : $x^2 - (2\lambda-1)x + (\lambda^2-4) = 0$, να έχει :

α) δύο ρίζες ετερόσημες, β) δύο ρίζες θετικές, γ) δύο ρίζες αρνητικές.

24. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι παρακάτω ανισώσεις αληθεύουν για κάθε τιμή του x .

α) $\frac{5x^2 + 4x + 4}{x^2 + x + 1} > \lambda$, β) $\frac{2x^2 + 2\lambda x + \lambda}{4x^2 + 6x + 3} < 1$, γ) $\frac{x^2 + 2\lambda x + 3\lambda - 2}{x^2 + \lambda x + \lambda^2 + 1} > 0$