



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «Τριώνυμο - Ανισώσεις 2^{ου} βαθμού»

Εργασία 1^η: Να γίνουν γινόμενα παραγόντων τα παρακάτω τριώνυμα:

a) $2x^2 - 5x + 3$, **b)** $3x^2 + x - 4$, **g)** $x^2 + 7x - 8$, **d)** $2x^2 + x - 3$, **e)** $x^2 + 3kx - 4k^2$

Εργασία 2^η: Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

a) $x^3 - 3x^2 - 4x$, **β)** $2x^3 - 12x^2 + 18x$, **γ)** $-x^3 - x^2 + 6x$, **δ)** $6x^3 + 7x^2 - 3x$

ε) $12x^3 - x^2 - 6x$, **στ)** $-(x^2 - 6)^2 - 2(x^2 - 6) + 15$, **ζ)** $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8$

Εργασία 3^η: Να απλοποιήσετε τις επόμενες παραστάσεις:

$$A = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x - 6}, \quad B = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - 5x - 3}, \quad \Gamma = \frac{2x^2 + x - 6}{4x^2 - 12x + 9}, \quad \Delta = \frac{-x^2 + 4x + 5}{-2x^2 + 2x + 4}$$

$$E = \frac{x^2 - 2ax - 3a^2}{x^2 + 3ax + 2a^2}, \quad Z = \frac{x^2 + 2(a-1)x - 3a(a+2)}{x^2 - (3a+2)x + 2a(a+2)}, \quad H = \frac{x^2 - (a-2\beta)x - 2a\beta}{x^2 + (3\beta-a)x - 2\beta(a-\beta)}$$

Εργασία 4^η: Για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ να βρείτε το πρόσημο των τριωνύμων: **a)** $4x^2 - 4x + 1$, **b)** $x^2 - 8x + 16$, **c)** $x^2 - 6x - 7$, **d)** $-x^2 + 2x - 1$, **e)** $x^2 + x + 5$

Εργασία 5^η: Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις:

a) $x^2 - 6x > 0$, **b)** $9x^2 - 1 \leq 0$, **c)** $x^2 + 21 < 0$, **d)** $x^2 - 7x + 6 < 0$, **e)** $x^2 - 5x + 4 < 0$,

f) $2x^2 - 5x + 2 < 0$, **g)** $x^2 + x - 2 \geq 0$, **h)** $x^2 - 6x + 5 \leq 0$

Εργασία 6^η: Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις:

a) $\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{4} + \frac{1}{6} < 0$, **b)** $5x^2 + 3x - 2 \geq 3x^2 - 2x + 10$, **c)** $(x+2)^2 > 4(x+2)$,

d) $x(x-1) > -x + 25$, **e)** $\frac{x(x+1)}{2} - \frac{x^2}{3} > \frac{3x+1}{6}$, **f)** $2x^2 - 5x - 3 < (x-1)^2$



Εργασία 7^η: Να επιλύσετε τα παρακάτω συστήματα ανισώσεων:

- a)** $5 < x^2 - 8x + 25 < 18$, **b)** $x^2 - 3x - 18 < 0$ και $x^2 - 4 > 0$, **c)** $1 < x^2 - 1 < 3$
d) $x - 2 > 0$ και $x^2 - 3x + 2 < 0$, **e)** $x^2 + 3x + 1 < 2x^2 + x - 2 \leq x^2 + x + 14$,
f) $x^2 + x - 2 > 0$ και $x^2 - 2x - 15 < 0$, **g)** $7x^2 + 13x > 2$ και $-5x^2 + 6x - 1 \leq 0$

Εργασία 8^η: Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες οι ανισώσεις :

- α)** $x^2 + 2\lambda x + 3\lambda - 2 > 0$, **β)** $x^2 - 2(4\lambda - 1)x + 15\lambda^2 - 2\lambda - 7 > 0$,
γ) $(\lambda - 2)x^2 + 2(2\lambda - 3)x + 5\lambda - 6 > 0$, **δ)** $(\lambda - 2)x^2 + (\lambda - 2)x + 12 - \lambda \leq 0$

αληθεύουν για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Εργασία 9^η:

- α)** Να αποδείξετε ότι ισχύει $x^2 + (3\mu - 1)x + 3\mu^2 + \mu + 4 > 0$ για κάθε $x, \mu \in \mathbb{R}$.
β) Να δείξετε ότι : $x^2 + 3 > \lambda x(2 - \lambda x)$, για κάθε $\lambda, x \in \mathbb{R}$.

Εργασία 10^η:

- α)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(\mu^2 + 1)x^2 - (\mu + 1)x + 1 = 0$ είναι αδύνατη για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$.
β) Δίνεται η εξίσωση $4(\mu - 2)x^2 - 4(2 - \mu)x - \mu = 0$. Να βρείτε τις τιμές του μ , ώστε η εξίσωση: **1)** να έχει 2 ρίζες άνισες **2)** να είναι αδύνατη.
γ) Δίνεται η εξίσωση $4x(x - \mu) = \mu - 8(x + 1)$
 Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης για τις διάφορες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$.
δ) Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 2(\mu + 1)x + 3\mu + 1$. Να βρείτε τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε το τριώνυμο: **α)** να έχει ρίζες ετερόσημες, **β)** να είναι θετικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
ε) Δίνεται η εξίσωση : $x^2 - 2(k + 1)x + k = 0$
1) Να δείξετε ότι έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $k \in \mathbb{R}$.
2) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε τις τιμές του $k \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει : $x_1^2 + x_2^2 > 14$