



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «Ανισώσεις 2ου βαθμού»

- 1. Α.** Να λύσετε τις ανισώσεις : **i.** $-x^2 - 3x + 10 < 0$ και **ii.** $2x^2 + 5x - 3 \geq 0$

Β. Να βρείτε το πρόσημο των αριθμών: $\kappa = -\left(\frac{3}{100000}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{100000}\right) + 10$ και $\mu = 2\left(\frac{4}{2025}\right)^2 + 5\left(\frac{4}{2025}\right) - 3$
- 2.** Να λύσετε τις ανισώσεις: **i.** $x^2 - 14x + 49 \geq 0$ **ii.** $-x^2 + 10x - 25 < 0$ **iii.** $4x^2 + 12x + 9 \leq 0$
iv. $-25x^2 + 10x - 1 > 0$ **v.** $3x^2 - x + 7 > 0$ **vi.** $-2x^2 + x - 3 \geq 0$
- 3.** Να λύσετε τις ανισώσεις: **i.** $x^2 > 64$ **ii.** $25x^2 - 36 \leq 0$ **iii.** $x^2 - 6|x| + 8 > 0$ **iii.** $-x^4 + 13x^2 - 36 \geq 0$
- 4.** Να λύσετε τις ανισώσεις: **i.** $|2x - 1| > |x + 4|$ **ii.** $|3x + 2| \leq |4x - 1|$ **iii.** $2|x + 3| - |3x - 3| \geq 0$
- 5.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ συναληθεύουν οι ανισώσεις:
α) $x^2 + x - 2 \geq 0$ και $x^2 + 2x - 8 < 0$ **β)** $x^2 + 4x - 5 > 0$ και $x^2 - 4 \leq 0$
γ) $x^2 - 5x + 4 \geq 0$ και $|x - 2| < 2$ **δ)** $x^2 + x - 6 \leq 0$ και $|1 - x| \geq 3$
- 6.** Να λύσετε τις ανισώσεις: **i.** $|x^2 + 3x - 1| \leq 3$ **ii.** $|x^2 - 2x - 9| > 6$ **iii.** $4 \leq x^2 - 3x < 10$
iv. $|x^2 + x - 6| \leq x^2 - 3x + 2$ **v.** $|-x^2 + x + 2| \leq 1 - x(x + 6)$ **vi.** $(x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x - 12) \leq -16$
- 7.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $(\lambda - 3)x^2 - 2(\lambda - 1)x + 2\lambda - 5 = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές
- 8.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ τα παρακάτω τριώνυμα διατηρούν σταθερό πρόσημο κάθε $x \in \mathbb{R}$.
Α. $\lambda x^2 - 4x + \lambda - 3$, με $\lambda \neq 0$ **Β.** $x^2 + (2\lambda - 1)x + (\lambda - 1)(\lambda + 1)$ **Γ.** $(\lambda + 5)x^2 + (\lambda + 2)x + 1$ με $\lambda \neq -5$
- 9.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει:
α) $(\lambda - 2)x^2 + (\lambda + 1)x + \lambda + 1 < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. **β)** $(\lambda - 3)x^2 + 8x + \lambda + 3 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
γ) $(\lambda - 2)x^2 + 2\lambda x + 2\lambda - 3 \leq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. **δ)** $(14 - \lambda)x^2 - (\lambda + 7)x + 2(7 - \lambda) \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- 10.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $-x^2 + (k + 5)x - 3k - 7 = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες.
- 11.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $-\frac{1}{4}x^2 + \sqrt{15}x + 2k^2 - 5k - 12 = 0$ έχει ετερόσημες ρίζες.
- 12.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $x^2 + (k + 5)x - k^2 + 2k + 8 = 0$ έχει δύο διαφορετικές ομόσημες ρίζες.
- 13.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ έχει δύο ρίζες θετικές και άνισες.



14. Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $x^2 - (k-3)x + 3 - 2k = 0$ έχει δύο ρίζες αρνητικές και άνισες.

15. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (2k^2 - 4k)x + k^4 - 4k^3 + 4k^2 = 0$, (1)

A. Να δείξετε ότι για κάθε $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει διπλή ρίζα x_0 η οποία και να βρεθεί.

B. Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $x_0 \leq 3$

16. Θεωρούμε την εξίσωση: $x^2 - 2kx + 2k^2 - 4k = 0$, (1) με $k \in \mathbb{R}$.

A. Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες x_1 και x_2 .

B. Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $x_1 \cdot x_2 - 2x_2 > 2(x_1 - 3)$

17. Θεωρούμε την εξίσωση: $x^2 - (k+1)x + k = 0$, (1) με $k \in \mathbb{R}$.

A. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες x_1, x_2 για κάθε $k \in \mathbb{R}$.

B. Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $x_1^2 + x_2^2 \geq -2(2x_1 \cdot x_2 + 1)$.

18. Θεωρούμε την εξίσωση: $x^2 + kx + k + 3 = 0$, (1) με $k \in \mathbb{R}$.

A. Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες x_1 και x_2 .

B. Να βρείτε για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $(3x_1 - x_2) \cdot (3x_2 - x_1) < 13$.

19. Δίνεται το τριώνυμο $(k+1)x^2 - 2(k-1)x + 3(k-1)$ με $k \neq -1$. Να βρείτε

A. Τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να την αναλύσετε σε γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων,

B. Για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $\Delta > -32$,

Γ. Για ποιες τιμές του $k \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $(k+1)x^2 - 2(k-1)x + 3(k-1) < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

20. Ισχύει ότι: $(k-1)x^2 - (4k-2)x + 5k-1 \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

A. Να αποδείξετε ότι: $k \geq 2$

B. Να λύσετε την ανίσωση: $|x^2 + k - 2| \geq 4|x| + k - 5$

21. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + 2(k-1)x + k-1 = 0$, (1) με $k \in \mathbb{R}$.

A. Να βρείτε για ποιες τιμές του k η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες και άνισες x_1, x_2 .

B. Αν $x_1x_2 - 6 = x_1 + x_2$ τότε:

i. Να δείξετε ότι $k = 3$,

ii. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων: $M = x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ και $N = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

iii. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 < N|x| + M$

22. Δίνεται η εξίσωση: $|x^2 - kx + k^2 - 2k + 2| - 2x = k^2 - 5k + 4$, (1) με άγνωστο το x .

A. Να δείξετε ότι η (1) είναι ισοδύναμη με την $x^2 - (k+2)x + 3k - 2 = 0$.

B. Να βρείτε για ποιες τιμές του k η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες και άνισες x_1, x_2 .

Γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του k ισχύει ότι: $|x_1 + x_2| + |x_1x_2 + 8| < 36$.