

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3****ΕΝΟΤΗΤΑ : «Ταυτότητες - Παραγοντοποίηση - Ρητές »****Εργασία 1η**

1. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

i) $(5x + 2)^2 - (4x - 3)(4x + 3)$

ii) $(2a - 5b)^2 - (a - b)^2 + 18ab$

iii) $(x + 1)^3 - 4(x - 1)^2 + (x - 2)(x + 2)$

iv) $(2x - 1)^3 + 4(x + 1)^3.$

2. Να εκτελέσετε τις πράξεις:

i) $(x + 2)^3 - 3(x - 1)(x + 1) - (x + 1)^2$

ii) $9(x - 1)^2 - (3x - 2)^2$

iii) $(a + b + c)^2 - (a + b)^2 - (a + c)^2$

iv) $(2x - y)(2x + y) - (x - y)^2 + (x + y)^2.$

3. Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει η σχέση $x - \frac{1}{x} = -1$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $x^2 + x$

ii) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

iii) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

iv) $x^4 + \frac{1}{x^4}.$

Εργασία 2η

1. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς a και b ισχύουν οι σχέσεις $a + b = 4$ και $a^3 + b^3 = 28$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $a^2 + 2ab + b^2$

ii) $a^2 - ab + b^2$

iii) ab

iv) $a^2 + b^2.$

2. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς a και b ισχύουν οι σχέσεις $a + b = 4$ και $ab = 2$, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

ii) $a^2 + b^2$

iii) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

iv) $a^3 + b^3.$



Εργασία 3 η

1. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$$\text{i)} \quad (\alpha + 2\beta)^2 + (2\alpha - \beta)^2 = 5\alpha^2 + 5\beta^2$$

$$\text{ii)} \quad (\alpha - 1)^2 (\alpha + 1)^2 + (\alpha^2 + 1)^2 = 2\alpha^4 + 2.$$

$$\text{iii)} \quad (\alpha - \beta)^2 + (\alpha^2 - 1)(\beta^2 - 1) = (\alpha\beta - 1)^2$$

$$\text{iv)} \quad (\alpha^2 + \beta^2)^2 + 4\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2) = (\alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2)^2.$$

$$\text{v)} \quad \left(\frac{\alpha^2 + 1}{2}\right)^2 = \alpha^2 + \left(\frac{\alpha^2 - 1}{2}\right)^2$$

$$\text{vi)} \quad \left(\frac{\alpha^2}{4} + 1\right)^2 = \alpha^2 + \left(\frac{\alpha^2}{4} - 1\right)^2$$

2. Να παραγοντοποιήσετε τις αλγεβρικές παραστάσεις:

$$\text{i)} \quad 5x^2 - 20$$

$$\text{ii)} \quad 3x^2y^2 - 27$$

$$\text{iii)} \quad (\alpha^2 - 3)^2 - 9$$

$$\text{iv)} \quad 2\alpha^3\beta^3 - 16.$$

$$\text{v)} \quad 2x^2y - 6xy\omega + 8xy^2$$

$$\text{vi)} \quad 3x^3 - x^2y + 6x - 2y$$

$$\text{vii)} \quad 25x^2 - 20xy + 4y^2$$

3. Να παραγοντοποιήσετε τις αλγεβρικές παραστάσεις:

$$\text{i)} \quad 9x^2 - 6xy + y^2$$

$$\text{ii)} \quad \alpha^3 - 4\alpha^2 + 4\alpha$$

$$\text{iii)} \quad 24x^3 - 3$$

$$\text{iv)} \quad \alpha^2 - 6\alpha + 9 - \beta^2$$

$$\text{v)} \quad (\alpha^2 - 9)^2 - (\alpha + 3)^2$$

$$\text{vi)} \quad (\alpha^3 - 1) - 2(\alpha^2 - 1) - (\alpha - 1)^2$$

$$\text{vii)} \quad \alpha^2 + \beta^2 + 9 + 2\alpha\beta + 6\beta + 6\alpha$$

Εργασία 4 η

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\text{i)} \quad \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x} \cdot \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$$

$$\text{ii)} \quad \frac{x^3 - 1}{x^2 - x} \cdot \frac{x}{x^2 + x + 1}$$

$$\text{iii)} \quad \frac{x^3 + x^2y}{x^2 - y^2} : \frac{xy^2 + x^2y}{x - y}$$

$$\text{iv)} \quad \frac{x^3 - y^3}{(xy - y^2)^2} : \frac{xy + x^2}{x^2 - y^2}$$

$$\text{v)} \quad \frac{(x^2 - x) + x^2 - 1}{x - 1}$$

$$\text{vi)} \quad \frac{(x + 1)^2 + 2(x + 1) + 1}{(x + 1)^2 - 1}$$

$$\text{vii)} \quad \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 - x} \cdot \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\text{viii)} \quad \frac{y^4 - 1}{y^3 - 1} \cdot \frac{y^2 + y + 1}{y^2 - y} \cdot \frac{y^3 - y^2}{y^3 + y}$$

2. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\text{i)} \quad \frac{2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} + \frac{\alpha^4 - \alpha^3\beta + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha\beta^3 + \beta^4}{\alpha^3 + \beta^3}$$

$$\text{ii)} \quad \frac{1}{\alpha - \beta} + \frac{3\alpha}{\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2} - \frac{3\alpha^2}{\alpha^3 - \beta^3}$$

$$\text{iii)} \quad \left(\frac{\alpha^2 - \alpha\beta}{\alpha^2 - \beta^2} - \frac{\alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + \beta^3}{\alpha^3 + \beta^3} \right) \cdot \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$$

$$\text{iv)} \quad \left(\frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} - \frac{\beta(\alpha - \beta)^2}{\alpha^4 - \beta^4} \right) : \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta}$$