



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ»

Εργασία 1^η: Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις :

$$|-2019|, \quad |\sqrt{5}-1|, \quad |3,11-\pi|, \quad |\sqrt{2}-2|, \quad |-x^2+4x-4|, \quad |-a^2-1|, \\ |x^2+5|+|x^4+2|-|x^4+x^2+6|, \quad |(-2018)^{2019}|, \quad |3^{32}-4^{16}|$$

Εργασία 2^η:1. Αν $\alpha < 2 < \beta$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = |\alpha - 2| - |2 - \beta|, \quad B = |\alpha - 2| + |\beta - 2|, \quad \Gamma = |\alpha - \beta| - 2|\beta - \alpha|$$

2. Αν $x < 3$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = |x - 3| - 2|x - 4| + |x - 5|, \quad B = 5|3 - x| + |2x - 7|$$

3. Αν $0 < x < 2$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = |x + 1| + |x + 2| + 2|x - 2|, \quad B = |2x - 5| + |x - 2| + |3x|$$

4. Να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση: $A = |x - 2| + |x + 2|$, όταν :

$$\alpha) x < -2, \quad \beta) -2 \leq x \leq 2, \quad \gamma) x > 2$$

5. Δίνεται η παράσταση: $A = |x - 1| + |y - 3|$, με x, y πραγματικούς αριθμούς, για τους οποίους ισχύει: $1 < x < 4$ και $2 < y < 3$. Να αποδείξετε ότι: α) $A = x - y + 2$ και β) $0 < A < 4$ 6. Αν $|x| < 1$ να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = |x - 2| - 2|x - 1| + |x + 3| - 5$.7. Αν $0 < x < 4$, να δείξετε ότι η παράσταση: $A = |x^2 - 4x + 4| + |x| \cdot |x - 4|$, είναι ανεξάρτητη του x **Εργασία 3^η:** Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{x^2 + |x|}{|x| + 1} + \frac{x^2 - |x|}{|x| - 1} - 2 \frac{x^2 - 4}{|x| + 2}$.α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x , ορίζεται η παράσταση A .β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A .**Εργασία 4^η:** Δίνεται η παράσταση: $A = |x + 1| - 2x + |2 - x|$

α) Να γραφεί η παράσταση χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

β) Για ποιες τιμές του x η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του x ;



Εργασία 5^η: Δίνεται η παράσταση $B = |x+2| - |x-1| + |y-3| - |y+1|$.

Αν $-2 \leq x \leq 1$ και $-1 \leq y \leq 3$, τότε:

α) Να απλοποιηθεί η παράσταση. β) Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της.

Εργασία 6^η: Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί με: $|\alpha| < |\beta|$ και $|\alpha+\beta x| < |\alpha x + \beta|$. Να αποδείξετε ότι:

α) $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) < 0$ β) $\alpha^2 + \beta^2 x^2 < \beta^2 + \alpha^2 x^2$ γ) $|x| < 1$.

Εργασία 7^η: 1. Αν $\alpha \neq 0$, να δείξετε ότι: $\left| \alpha + \frac{1}{\alpha} \right| \geq 2$.

2. Αν $\left| \frac{\alpha+4}{\alpha+1} \right| = 2$, να δείξετε ότι: $|\alpha| = 2$.

3. Αν $\alpha \neq -2$ και $\left| \frac{2\alpha+1}{2+\alpha} \right| \leq 1$, να δείξετε ότι: $|\alpha| \leq 1$.

4. Αν $|\alpha| < 1$ και $|\beta| < 1$, να δείξετε ότι: $\left| \frac{\alpha+\beta}{1+\alpha\beta} \right| < 1$.

Εργασία 8^η: Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα.

Απόλυτη Τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή Ένωση Διαστημάτων
$ x-1 < 2$		
$ x+1 \leq 3$		
	$d(x, 0) < 5$	
		$(-1, 5)$
$ x-3 \geq 1$		
		$(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$

Εργασία 9^η:

α) Αν $\alpha, \beta \neq 0$ και $|\alpha+\beta| = |\alpha| + |\beta|$,

να δείξετε ότι οι αριθμοί α, β είναι ομόσημοι.

β) Έστω x, y, z μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε: $\frac{|x|}{3} = \frac{|y|}{7} = \frac{|z|}{5}$.

Αν $x+y+2z=0$, να δείξετε ότι οι αριθμοί x, y είναι ομόσημοι.

Εργασία 10^η: 1. Αν $|x| \leq 2$, δείξτε ότι $|3x^2 - 5x + 1| \leq 23$.

2. Αν $x > 1$, δείξτε ότι: $|3x^2 - \alpha + \beta| + |x^2 + \alpha - \beta| \geq 4$.

3. Αν $|\alpha - \beta| < x$ και $|\beta - \gamma| < x$, δείξτε ότι: $|\alpha - \gamma| < 2x$.

4. α) Να δείξετε ότι: $2(\alpha^2 + \beta^2) \geq (|\alpha| + |\beta|)^2$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

β) Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ με $|\alpha| + |\beta| + |\gamma| \neq 0$, να δείξετε ότι:

$$\frac{\beta^2 + \gamma^2}{|\beta| + |\gamma|} + \frac{\gamma^2 + \alpha^2}{|\gamma| + |\alpha|} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{|\alpha| + |\beta|} \geq |\alpha + \beta + \gamma|.$$