



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «Ρίζες πραγματικών αριθμών – ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ »

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται η παράσταση: $K = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$.

- α) Να βρεθούν οι τιμές που πρέπει να πάρει το x , ώστε η παράσταση K να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.
β) Αν $-2 < x < 3$, να αποδείξετε ότι η παράσταση K σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις: $A = (\sqrt{2})^6$, $B = (\sqrt[3]{3})^6$, $\Gamma = (\sqrt[6]{6})^6$

- α) Να δείξετε ότι: $A + B + \Gamma = 23$
β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς: $\sqrt[3]{3}$ και $\sqrt[6]{6}$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

- α) Να δείξετε ότι: $A = 4$. β) Να λύσετε την εξίσωση: $|x + A| = 1$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \sqrt{(x - 2)^2}$ και $B = \sqrt[3]{(2 - x)^3}$, όπου x πραγματικός αριθμός.

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
β) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση B ;
γ) Να δείξετε ότι, για κάθε $x \leq 2$, ισχύει $A = B$.

ΘΕΜΑ 5

Αν είναι $A = \sqrt[3]{5}$, $B = \sqrt{3}$, $\Gamma = \sqrt[6]{5}$, τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B \cdot \Gamma = \sqrt{15}$ β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς A , B .

ΘΕΜΑ 6

Αν είναι $A = 2 - \sqrt{3}$, $B = 2 + \sqrt{3}$, τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B = 1$. β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Pi = A^2 + B^2$.

ΘΕΜΑ 7

Στον πίνακα της τάξης σας είναι γραμμένες οι παρακάτω πληροφορίες (προσεγγίσεις): $\sqrt{2} \cong 1,41$, $\sqrt{3} \cong 1,73$, $\sqrt{5} \cong 2,24$, $\sqrt{7} \cong 2,64$

- α) Να επιλέξετε έναν τρόπο, ώστε να αξιοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα (όποια θεωρείτε κατάλληλα) και να υπολογίσετε με προσέγγιση εκατοστού τους αριθμούς $\sqrt{20}$, $\sqrt{45}$ και $\sqrt{80}$
β) Αν δεν υπήρχαν στον πίνακα οι προσεγγιστικές τιμές των ριζών πώς θα μπορούσατε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{3\sqrt{20} + \sqrt{80}}{\sqrt{45} - \sqrt{5}}$;



ΘΕΜΑ 8

- α) Να δείξετε ότι: $3 < \sqrt[3]{30} < 4$.
β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt[3]{30}$ και $6 - \sqrt[3]{30}$

ΘΕΜΑ 9

Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{1-x} - \sqrt[4]{x^4}$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.

- β) Αν $x = -3$, να αποδείξετε ότι: $A^3 + A^2 + A + 1 = 0$

ΘΕΜΑ 10

Δίνεται η παράσταση: $B = \sqrt[5]{(x-2)^5}$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση B ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x υπό μορφή διαστήματος.

- β) Για $x = 4$, να αποδείξετε ότι: $B^2 + 6B = B^4$

ΘΕΜΑ 11

Δίνονται οι αριθμοί: $A = (\sqrt{2})^6$ και $B = (\sqrt[3]{2})^6$

- α) Να δείξετε ότι: $A - B = 4$
β) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς: $\sqrt{2}$, 1 , $\sqrt[3]{2}$