



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1ΟΥ ΒΑΘΜΟΥ»

1. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών :

$$\alpha) 6 - 3(x - 4) < 9 \quad \beta) 4(x - 2) \leq -(x - 3) + 2(x - 1) \quad \gamma) -1 - 3(1 - x) > 3x - 4(x - 3)$$

$$\delta) 2x - 1(5 - x) > x - 2(1 - x) \quad \epsilon) -2x + (4 - x) + 3(x - 1) \leq 2[2(x - 1) - 3(2 - x)] - 1$$

$$\sigma\tau) 2(x - 1) + (3 - x) \geq -4(x - 1) + 5(x - 2)$$

Απαντήσεις :

$$\boxed{\alpha) x > 3 \quad \beta) x \leq 3 \quad \gamma) x > 4 \quad \delta) \text{αδύνατη} \quad \epsilon) x \geq 2 \quad \sigma\tau) \text{Ταυτότητα}}$$

2. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών :

$$\alpha) 2 - \frac{4 - x}{3} > \frac{20}{12} - \frac{3 - x}{4}$$

$$\beta) \frac{x + 2}{3} - \frac{5x - 12}{6} \geq \frac{4 - x}{2}$$

$$\gamma) \frac{2 - x}{8} + \frac{5}{32}(x + 1) \leq \frac{x - 1}{4} - \frac{4x - 1}{16}$$

$$\delta) \frac{2x - 3}{16} - \frac{2 - x}{8} \geq \frac{x + 1}{2} + \frac{3 - x}{4}$$

$$\epsilon) x - \frac{2 + 3x}{3} \leq \frac{2x - 3}{9} + 1$$

$$\sigma\tau) 1 - \frac{4 - x}{2} + \frac{2x - 1}{5} \geq \frac{9x - 2}{10} - 2$$

Απαντήσεις :

$$\boxed{\alpha) x > 3 \quad \beta) x \leq 3 \quad \gamma) x \leq -19 \quad \delta) \text{αδύνατη} \quad \epsilon) x \geq -6 \quad \sigma\tau) \text{Ταυτότητα}}$$

3. Να λύσετε τις ανισώσεις :

$$\alpha) \frac{x + 2}{4} - \frac{(2x - 1)^2}{8} < \frac{x + 3}{4} - \frac{(x - 2)^2}{2}$$

$$\beta) 2x(4 - x) + (x - 2)^2 \geq -(1 - x)^2 - 1$$

$$\gamma) \frac{(x - 2)^2}{4} - \frac{x + 3}{2} < \frac{(x + 2)^2}{4} - \frac{x + 1}{2}$$

$$\delta) \frac{x(x - 2)^2}{2} - \frac{x(2 - 3x)}{3} > \frac{x(x - 1)^2}{2}$$

Απαντήσεις :

$$\boxed{\alpha) x > \frac{5}{12} \quad \beta) x \geq -3 \quad \gamma) x > -\frac{1}{2} \quad \delta) x > 0}$$

4. Α) Να λύσετε στο σύνολο $\mathbb{N}$ την ανίσωση : $\frac{2x - 2}{2} + \frac{2x + 4}{8} < 1 + \frac{3x + 6}{4}$

Β) Να βρείτε τον μικρότερο ακέραιο αριθμό x για τον οποίο ισχύει : $x - [4(2 - x) + 5(x - 1)] \leq 4(x + 1)$

Γ) Να βρείτε τον μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό x για τον οποίο ισχύει : $\frac{3x - 1}{2} + \frac{4x - 2}{3} \leq 2(x + 3)$

Απαντήσεις : Α. $\boxed{x < 5, \text{άρα } x = 0 \text{ ή } x = 1 \text{ ή } x = 2 \text{ ή } x = 3 \text{ ή } x = 4}$

Β. $\boxed{x \geq -\frac{11}{4} \text{ άρα } x = -2}$

Γ. $\boxed{x \leq \frac{43}{5} \text{ άρα } x = 8}$



5. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων που ακολουθούν και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι λύσεις :

α) $2(x-2) + 3x < x+4$ και $2(x+4) - x \geq 3$

β) $4x - 3(1-x) > 3x+9$ και $2(1-x) \geq 9 - 3(2x+5)$

γ) $-2(x-3) \geq 7 - 3(x+2)$ και $-3(x-3) \geq 5 - 2(x+4)$

δ) $4 - 3(2-x) < 5 - (1-3x)$ και $2 - 4(1+2x) > 3(1-x) - 2(x-2)$

Απαντήσεις :

α) $x < 2$ και $x \geq -5$ οπότε $-5 \leq x < 2$ ή $x \in [-5, 2)$ β) $x > 3$ και $x \geq -2$ οπότε $x > 3$ ή $x \in (3, +\infty)$
 γ) $x \geq -5$ και $x \leq 12$ οπότε $-5 \leq x \leq 12$ ή $x \in [-5, 12]$ δ) $0x < 6$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $x < -3$ οπότε $x \in (-\infty, 3)$

6. (Τράπεζα θεμάτων)

Δίνονται οι ανισώσεις : $3x - 1 < x + 9$ και $2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2}$

Να βρείτε : α) τις λύσεις τους β) το σύνολο των κοινών τους λύσεων

Απαντήσεις : α) $x < 5$ και $x \geq 1$ β) $1 \leq x < 5$

7. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

α) $2 - \frac{3-x}{3} \geq \frac{2}{3}$ και $3 - \frac{x-7}{6} \geq \frac{4x+20}{6}$

β) $\frac{2x-2}{6} - x < \frac{7}{3}$ και $\frac{2x}{3} - x \geq \frac{3x}{4}$

Απαντήσεις :

α) $x \geq -1$ και $x \leq 1$ οπότε $x \in [-1, 1]$ β) $x > -4$ και $x \leq 0$ οπότε $x \in (-4, 0]$

8. Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των παρακάτω ανισώσεων :

α) $-2(1-x) + 3(x-2) > 4(x-2)$ και $4(2-x) - 3(x-1) \geq 2(2-3x)$

β) $\frac{3x-3}{4} + x \geq \frac{x+2}{2} - 3$ και $\frac{2-x}{4} + \frac{3(x-2)}{8} \geq \frac{x-1}{2} + \frac{x}{8}$

Απαντήσεις :

α) $x > 0$ και $x \leq 7$ οπότε $0 < x \leq 7$ άρα $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ β) $x \geq -1$ και $x \leq \frac{1}{2}$ οπότε $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$ άρα $-1, 0$



9. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι λύσεις τους

α) $7 < 3 - 4x < 11$

β) $-6 \leq -2(2 - x) + 4(1 - x) \leq 8$

γ) $-1 \leq \frac{x-2}{4} + \frac{4-3x}{8} < 2$

δ) $-1 < \frac{x-3}{9} - \frac{2-x}{3} \leq 3$

Απαντήσεις :

α) $-2 < x < -1$ ή $x \in (-2, -1)$ β) $-4 \leq x \leq 3$ ή $x \in [-4, 3]$ γ) $-16 < x \leq 8$ ή $x \in (-16, 8]$ δ) $0 < x \leq 4$ ή $x \in (0, 4]$

10. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι λύσεις τους

α) $2 - 3x < x - 6 \leq -7x + 2$

β) $-12 - 4(x + 1) < -2(2 - x) \leq 4(2 + x) - 3x$

γ) $\frac{5-x}{2} \leq -2(1-x) < \frac{2-(x-8)}{4}$

δ) $-\frac{2}{5}(2-x) < -2 \leq \frac{5-3(1-x)}{5}$

Απαντήσεις :

α) δεν υπάρχουν κοινές λύσεις β) $-2 < x \leq 12$ ή $x \in (-2, 12]$ γ) $\frac{9}{5} \leq x < 2$ ή $x \in [\frac{9}{5}, 2)$ δ) $x < -4$ και $x \geq -4$, $x = -4$

11. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $|x| < 3$

β) $|x| > 5$

γ) $|x - 1| < 6$

δ) $|x + 2| > 4$

ε) $|2x + 5| \leq 1$

στ) $|1 - 3x| \geq 7$

Απαντήσεις :

α) $-3 < x < 3$ β) $x > 5$ ή $x < -5$ γ) $-5 < x < 7$ δ) $x > 2$ ή $x < -6$ ε) $-3 \leq x \leq -2$ στ) $x \leq -2$ ή $x \geq \frac{8}{3}$

12. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $\frac{|2-3x|-6}{2} \geq 4$

β) $\frac{4-2|2x-1|}{3} > 1$

γ) $\frac{2+|x-2|}{5} < 2$

δ) $\frac{|4-2x|+3}{4} \leq 2$

Απαντήσεις :

α) $x \leq -4$ ή $x \geq \frac{16}{3}$ β) $x > \frac{3}{4}$ ή $x < \frac{1}{4}$ γ) $-6 < x < 10$ δ) $2 \leq x \leq 6$

13. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $|3x - 2| > -2$

β) $|x + 4| \geq -8$

γ) $\left| \frac{1}{2}x - 5 \right| < -4$

δ) $|21x - 7| \leq -1$

Απαντήσεις :

α) ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$ β) ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$ γ) αδύνατη δ) αδύνατη



14. (Τράπεζα θεμάτων)

α) Να λύσετε την ανίσωση $|x - 5| < 4$ β) Αν κάποιος αριθμός α επαληθεύει την παραπάνω ανίσωση, να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{9} < \frac{1}{\alpha} < 1$ Απαντήσεις : $\boxed{\alpha) 1 < x < 9}$

15. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $|x - 1| + 7 < |4x - 4| - |2 - 2x|$ β) $-2|2x - 4| + 6 \leq \frac{|x - 2| - 6}{2}$ γ) $2(|9 - 3x| - 1) - 3(|x - 3| - 4) \leq 15 - |2x - 6|$ δ) $\frac{|2x - 8| + 2}{3} + |4 - x| \geq \frac{|12 - 3x| + 12}{6}$ Απαντήσεις : $\boxed{\alpha) x > 8 \text{ ή } x < -6 \text{ β) } x \geq 4 \text{ ή } x \leq 0 \text{ γ) } 2 \leq x \leq 4 \text{ δ) } x \geq 12 \text{ ή } x \leq -4}$

16. (Τράπεζα θεμάτων)

α) Να λύσετε την εξίσωση : $|2x - 4| = 3|x - 1|$ β) Να λύσετε την ανίσωση : $|3x - 5| > 1$ γ) Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του ερωτήματος α) και λύσεις της ανίσωσης του ερωτήματος β) ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Απαντήσεις :

$$\boxed{\alpha) x = -1 \text{ ή } x = \frac{7}{5} \text{ β) } x < \frac{4}{3} \text{ ή } x > 2 \text{ γ) το } -1 \text{ είναι λύση της ανίσωσης, ενώ το } \frac{7}{5} \text{ δεν είναι λύση της ανίσωσης}}$$

17. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

α) $|4x + 2| \leq 6$ και $|x + 2| \geq 1$ β) $|2x - 6| > 8$ και $|x - 3| \leq 1$ γ) $|2 - 3x| \geq 7$ και $|x - 2| < 1$ δ) $|6 + 2x| \leq 2$ και $|x + 1| > 1$ Απαντήσεις : $\boxed{\alpha) -1 < x < 1 \text{ β) δεν έχουν κοινές λύσεις γ) } x = 3 \text{ δ) } -4 \leq x \leq -2}$

18. (Τράπεζα θεμάτων)

α) Να λύσετε την ανίσωση : $\left|x - \frac{1}{2}\right| < 4$ β) Να λύσετε την ανίσωση $|x + 5| \geq 3$

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων (α) και (β) με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών και να τις γράψετε με τη μορφή διαστήματος.

Απαντήσεις : $\boxed{\alpha) -\frac{7}{2} < x < \frac{9}{2} \text{ β) } x \leq -8 \text{ ή } x \geq -2 \text{ γ) } -2 \leq x < \frac{9}{2}}$



19. (Τράπεζα θεμάτων)

α) Να λύσετε την ανίσωση : $|x - 1| \geq 5$ β) Να βρείτε τους αριθμούς x που απέχουν από το 5 απόσταση μικρότερη του 3

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ερωτημάτων (α) και (β)

Απαντήσεις :

$$\alpha) x \leq -4 \text{ ή } x \geq 6 \quad \beta) 2 < x < 8 \quad \gamma) 6 \leq x < 8$$

20. (Τράπεζα θεμάτων)

α) Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών :
i) $|1 - 2x| < 5$ ii) $|1 - 2x| \geq 1$ β) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι προηγούμενες ανισώσειςΑπαντήσεις : $\alpha) i) -2 < x < 3$ ii) $x \geq 1$ ή $x \leq 0$ β) κοινές ακέραιες λύσεις είναι $-1, 0, 1, 2$

21. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $1 \leq |x| < 5$ β) $1 < |3x - 2| \leq 4$ γ) $3 < |2x - 3| \leq 7$ δ) $1 \leq |4x - 3| \leq 3$

Απαντήσεις :

$$\alpha) -5 < x \leq -1 \text{ ή } 1 \leq x < 5 \quad \beta) -\frac{2}{3} \leq x < \frac{1}{3} \text{ ή } 1 < x \leq 2 \quad \gamma) -2 \leq x < 0 \text{ ή } 3 < x \leq 5 \quad \delta) 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \text{ ή } 1 \leq x \leq \frac{3}{2}$$

22. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $|x + 2| > 2x - 1$ β) $|3 - x| \leq 2x$ γ) $2|x - 1| - 1 \leq x$ δ) $|x + 1| \leq \frac{x - 2}{2}$

Απαντήσεις :

$$\alpha) -2 \leq x < 3 \text{ ή } x < 2 \quad \beta) 1 \leq x \leq 3 \text{ ή } x \geq 3 \quad \gamma) 1 \leq x \leq 3 \text{ ή } \frac{1}{3} \leq x < 1 \quad \delta) \text{αδύνατη}$$

23. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $|x + 1| > |x + 2|$ β) $|3 - x| \leq |x + 4|$ γ) $|3x - 1| - 3|x - 1| > 0$ δ) $|1 - 2x| \leq 2|x + 3|$

Απαντήσεις :

$$\alpha) x < -\frac{3}{2} \quad \beta) x \geq -\frac{1}{2} \quad \gamma) x > \frac{2}{3} \quad \delta) x \geq -\frac{5}{4}$$

24. Να λύσετε τις ανισώσεις :

α) $||x| - 2| < 1$ β) $|2 - |x|| > 3$ γ) $||x - 1| - 4| < 3$ δ) $|3 - |3x - 2|| \geq 7$

Απαντήσεις :

$$\alpha) -3 < x < -1 \text{ ή } 1 < x < 3 \quad \beta) x > 5 \text{ ή } x < -5 \quad \gamma) -6 < x < 0 \text{ ή } 2 < x < 8 \quad \delta) \text{αδύνατη}$$

**25. (Τράπεζα θεμάτων)**

Αν ο πραγματικός αριθμός x ικανοποιεί τη σχέση $|x + 1| < 2$, να αποδείξετε ότι :

- α) $x \in (-3, 1)$ β) η τιμή της παράστασης : $K = \frac{|x + 3| + |x + 1|}{4}$ είναι αριθμός ανεξάρτητος του x

Απαντήσεις : β) $K = 1$

26. (Τράπεζα θεμάτων)

- α) Να λύσετε την ανίσωση $|x + 4| \geq 3$

- β) Αν $a \geq -1$, να γράψετε την παράσταση : $A = ||a + 4| - 3|$, χωρίς απόλυτες τιμές. Να αιτιολογήσετε τον συλλογισμό σας.

Απαντήσεις : α) $x \leq -7$ ή $x \geq -1$ β) $A = a + 1$

27. (Τράπεζα θεμάτων)

Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει : $|2x - 1| < 1$ τότε :

- α) Να αποδείξετε ότι $0 < x < 1$

- β) Να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς : $1, x, x^2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Απαντήσεις : β) $x^2 < x < 1$

28. (Τράπεζα θεμάτων)

- α) Να λύσετε την ανίσωση : $|x - 3| \leq 5$

- β) Να απεικονίσετε το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης αυτής πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα με βάση τη γεωμετρική σημασία της παράστασης $|x - 3|$

- γ) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς x που ικανοποιούν την ανίσωση $|x - 3| \leq 5$

- δ) Να βρείτε το πλήθος των ακεραίων αριθμών x που ικανοποιούν την ανίσωση $||x| - 3| \leq 5$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Απαντήσεις : α) $-2 \leq x \leq 8$ γ) $-2, \dots, 8$ δ) $-8, \dots, 8$

29. (Τράπεζα θεμάτων)

- α) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x για τους οποίους ισχύει $|x - 4| < 2$

- β) Θεωρούμε πραγματικό αριθμό x που η απόσταση του από το 4 στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι μικρότερη από 2

- i) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του τριπλάσιου του αριθμού αυτού από το 4 είναι μεγαλύτερη του 2 και μικρότερη του 14

- ii) Να βρείτε μεταξύ ποιων ορίων περιέχεται η τιμή της απόστασης του $3x$ από το 19

Απαντήσεις : α) $2 < x < 6$ β) i) $2 < |3x - 4| < 14$ ii) $1 < d(3x, 19) < 13$