



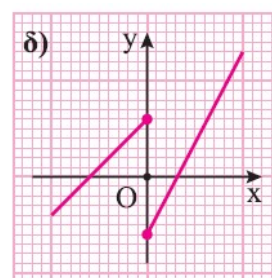
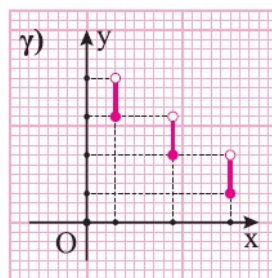
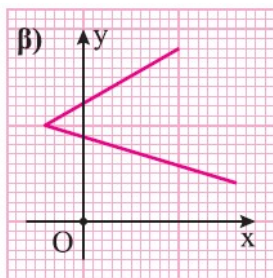
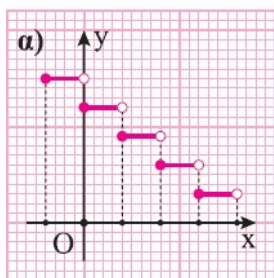
ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Μάθημα 2^ο

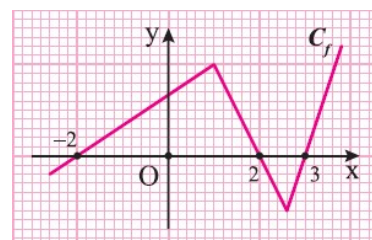
«Γραφική παράσταση συνάρτησης»

ΟΜΑΔΑ Α

1. Να τοποθετήσετε το σημείο $A(-2, 3)$ σε ένα σύστημα αξόνων και να βρείτε το συμμετρικό του ως προς τους άξονες $x'x$ και $y'y$, την αρχή O και τη διχοτόμο της 1^{ης} και 3^{ης} γωνίας των αξόνων.
2. Να βρείτε τις αποστάσεις των σημείων: **α)** $A(-1, -3)$ και $B(-4, 1)$ **β)** $A(-5, 2)$ και $B(1, -6)$
3. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$, με $A(2, -2)$, $B(-1, 2)$ και $\Gamma(-2, 1)$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι ισοσκελές.
4. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές στις παρακάτω περιπτώσεις: **α)** $A(2, 0)$, $B(-1, 1)$, $\Gamma(0, -1)$ **β)** $A(-1, 1)$, $B(3, 2)$, $\Gamma(-2, 5)$
5. Δίνονται τα σημεία $B(1, 2)$ και $\Gamma(-1, 6)$. Να βρείτε σημείο A του άξονα $x'x$ ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ισοσκελές με $(AB) = (A\Gamma)$.
6. Να εξετάσετε σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις έχουμε γραφική παράσταση συνάρτησης.



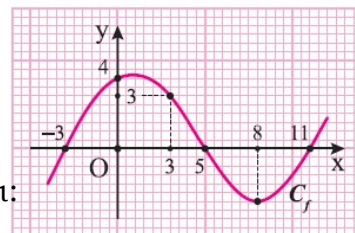
7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha \cdot x + 10}{x^2 + 4}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-2, 1)$.
α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της f . **β)** Να βρείτε την τιμή του α .
γ) Να εξετάσετε αν η C_f διέρχεται από τα σημεία: $B(3, 1)$ και $\Gamma(-1, 9)$
8. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 3}$.
α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .
β) Να εξετάσετε αν C_f διέρχεται από τα σημεία $A(-2, 4)$ και $B(-4, 18)$.
γ) Σε ποιο σημείο τέμνει η C_f τον άξονα $y'y$;
δ) Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f με τον άξονα $x'x$.
9. Με βάση το διπλανό σχήμα να λύσετε:
α) την εξίσωση $f(x) = 0$, **β)** την ανίσωση $f(x) > 0$,
γ) την ανίσωση $f(x) \leq 0$.





10. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της f , β) το σύνολο τιμών της f ,
 γ) την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt{f(3) + f(8) - f(5)}$
 δ) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$,
 ε) τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται:
 i) πάνω από τον άξονα $x'x$, ii) κάτω από τον άξονα $x'x$.

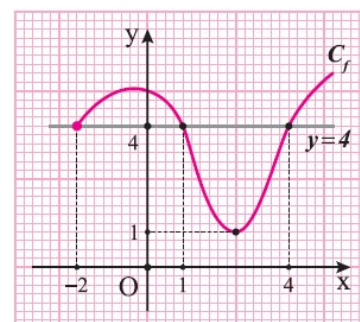


11. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \sqrt{9 - |x - 3|}$

- α) Να βρείτε τις τιμές $f(3)$, $f(8)$, $f(-5)$. β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
 γ) Σε ποια σημεία τέμνει η γραφική παράσταση C_f της f τους άξονες;

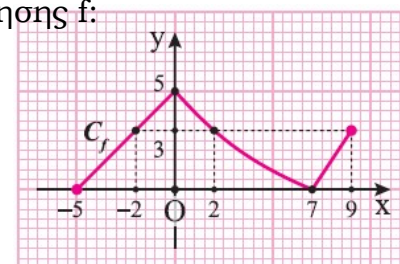
12. Στο διπλανό σχήμα στο ίδιο σύστημα αξόνων είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f και η ευθεία $\varepsilon: y = 4$.

- A. Να λύσετε: α) την εξίσωση $f(x) = 4$,
 β) την ανίσωση $f(x) - 4 > 0$,
 γ) την ανίσωση $f(x) \leq 4$.
 B. Να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού της f ,
 β) το σύνολο τιμών της f .



13. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f :

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
 β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .
 γ) Να βρείτε τα x για τα οποία ισχύει: i) $f(x) = 5$, ii) $f(x) = 0$,
 iii) $f(x) = 3$
 δ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 3$.

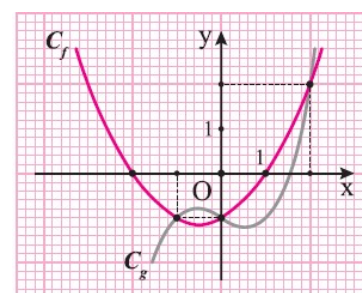


14. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{9 - |x^2 - 4x + 4|}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της $f(x)$.
 β) Σε ποιο σημείο τέμνει η C_f της συνάρτησης f τους άξονες $x'x$ και $y'y$;
 γ) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ διέρχεται από τα σημεία $M(2, -1)$ και $N(4, 1)$.

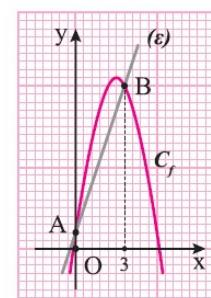
15. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f και g , που είναι ορισμένες σε όλο το $\mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε τις τιμές της f στα σημεία $-3, -2, -1, 0, 1$ και 2 .
 β) Να λύσετε τις εξισώσεις: $f(x) = 0$, $f(x) = 2$ και $f(x) = g(x)$
 γ) Να λύσετε τις ανισώσεις: $f(x) > 0$ και $f(x) > g(x)$.



16. Στο διπλανό σχήμα, στο ίδιο σύστημα αξόνων, είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f και η ευθεία $\varepsilon: y = 3x + 1$

- α) Να βρείτε τα $f(3)$, $f(0)$,
 β) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = 3x + 1$,
 γ) Να λύσετε την ανίσωση: $f(x) \leq 3x + 1$.





17. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = |x-1| - 2$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της f ,
- β) τα σημεία τομής της f με τους άξονες x' και y' ,
- γ) τα διαστήματα του x για τα οποία η C_f βρίσκεται πάνω από τον άξονα x' ,
- δ) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $g(x) = \sqrt{2-|x-1|}$,
- ε) την απόσταση των σημείων $A(1, f(1))$, $B(-2, f(5))$.

18. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \alpha x^2 + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ όπου η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία: $A(-2, 0)$ και $B(0, -4)$

- α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = -4$.
- β) Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό σημείο του A ως προς τον άξονα $y'y$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f .
- γ) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$.
- δ) Για ποια x η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.
- ε) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f και της γραφικής παράστασης της g , όπου: $g(x) = 5x - 10$.

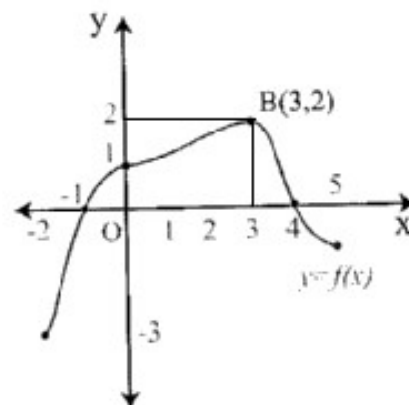
ΟΜΑΔΑ Β

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

- α) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η C_f τέμνει τους άξονες συντεταγμένων.
- β) Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από τα σημεία που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα.
- γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Να βρείτε:

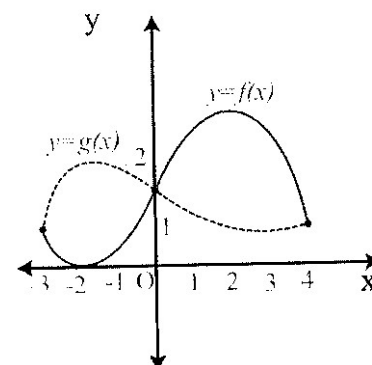
- α) Τους αριθμούς $f(0)$, $f(-1)$, $f(3)$
- β) Το πεδίο ορισμού της f .
- γ) Το σύνολο τιμών της f .
- δ) Τις ρίζες της εξίσωσης: $f(x) = 0$
- ε) Τις λύσεις της ανίσωσης: $f(x) \geq 0$



3. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g .

Να βρείτε:

- α) Τις λύσεις της εξίσωσης: $f(x) = g(x)$
- β) Τις λύσεις της ανίσωσης: $f(x) < g(x)$
- γ) Πόσες λύσεις έχει η εξίσωση: $f(x) = 2$;
- δ) Το πρόσημο της παράστασης: $[f(1) - 2] + [4 - g(-1)]$





- 4.** Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(x) = x+1$ και $g(x) = x^2 - x + 1$
- α)** Για ποιες τιμές του x οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g τέμνονται;
Ποια είναι τα δύο σημεία τομής τους A και B ;
 - β)** Για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται κάτω από την C_g ;
 - γ)** Να βρείτε σημείο M της C_g που ισαπέχει από τα A και B .
- 5.** Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x+1+\sqrt{x+1}$
- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της .
 - β)** Να δείξετε ότι η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα μόνο σημείο.
 - γ)** Αν το σημείο $A(\alpha, 6)$ ανήκει στην C_f , να δείξετε ότι $\alpha = 2$
 - δ)** Να δείξετε ότι η C_f βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της $g(x) = x$
- 6.** Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^2 + \alpha x + \beta$ της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $A(1,0)$ και $B(3,0)$
- α)** Να δείξετε ότι $\alpha = -4$ και $\beta = 3$
 - β)** Να βρείτε για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.
- 7.** Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = x^2 - \alpha x - \beta$, $\beta > 0$
- α)** Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει σε δύο σημεία A και B τον άξονα $x'x$.
 - β)** Αν $\Gamma(0, \sqrt{\beta})$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο στο Γ .
- 8.** Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = \lambda x^2 + x + 1$ και $g(x) = x^2 + \lambda x$
Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η C_f να είναι πάνω από την C_g για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- 9.** Να προσδιορίσετε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε:
- α)** Τα σημεία $A(-4, -3)$ και $B(-4, |\lambda^2 - 1|)$ να είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$
 - β)** Τα σημεία $A(2, 3)$ και $B(|\lambda|, \sqrt{\lambda + 1})$ να είναι συμμετρικά ως προς την διχοτόμο της γωνίας $\widehat{xOy}$
- 10.** Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(2, 1)$. Να προσδιορίσετε σημείο M της γραφικής παράστασης τη συνάρτησης $f(x) = -x$, ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ισοσκελές, με ίσες πλευρές τις MA και MB .
- 11.** Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{3 - |x - 1|}$
- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της
 - β)** Να βρείτε το σημείο στο οποίο η γραφική της παράσταση C_f τέμνει τον άξονα $y'y$
 - γ)** Σε ποια σημεία τέμνει η C_f τον άξονα $x'x$;
 - δ)** Να εξετάσετε αν η C_f διέρχεται από τα σημεία $M(-1, 5)$ και $N(3, 2)$