



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Μάθημα 3^ο

«Συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$ »

1. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων στο ίδιο σύστημα αξόνων.

α) $y = 2x$ β) $y = -2x$ γ) $y = -2x + 1$ δ) $y = 2x - 1$

Μπορούμε να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα;

2. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :

α) $f(x) = -2x - 1, \quad x \in (-1, 1]$

β) $f(x) = 1 - 2x, \quad x \in (-\infty, 1]$

γ) $f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x < -1 \\ 2, & -1 \leq x \leq 1 \\ x + 1, & x > 1 \end{cases}$

δ) $f(x) = |1 - x| + 1$

ε) $f(x) = |x + 1| - |2 - x| - 1$

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$. Αν είναι γνωστό ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1, 1)$ και $f(1) = 2$, να υπολογίσετε τα a και β . Μετά να γίνει η γραφική της παράσταση. Σε ποια σημεία αυτή τέμνει τους άξονες;

4. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} ax + 4, & x \leq 0 \\ \gamma, & 0 < x < 1 \\ 3x - \beta, & 1 \leq x \end{cases}$ Αν είναι γνωστό ότι: $f(-1) = -2$,

$f(1) = 1, \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$, να υπολογίσετε τα a, β, γ . Να κάνετε στην συνέχεια τη γραφική της παράσταση.

5. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $\varepsilon_1: y = (\lambda^2 - 1) \cdot x + 2020$ και $\varepsilon_2: y = (9\lambda - 21) \cdot x - 2021$ είναι παράλληλες; Για τις τιμές αυτές του λ , να κάνετε την γραφική τους παράσταση.

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, 2)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $y = -x$. Σε ποια σημεία τέμνει τους άξονες;

7. Μια ευθεία περνά από το σημείο $P(3, 0)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 30° . Να βρείτε την εξίσωσή της.

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(|\lambda - 1| - \frac{1}{2}\right) \cdot x + 2020$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική

παράσταση είναι η ευθεία (ε) με εξίσωση: $y = \left(|\lambda - 1| - \frac{1}{2}\right) \cdot x + 2021$.

Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η ευθεία (ε) να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° .



9. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 2\alpha x - 5, & -5 \leq x < 2 \\ x + \beta, & 2 \leq x < 5 \end{cases}$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για την οποία ισχύουν

$$f(-2) = f(4) \quad \text{και} \quad f(2) = f(-1)$$

α) Να δείξετε ότι: $\alpha = -1$ και $\beta = -5$

β) Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = (\lambda^4 + 2) \cdot x + f(1)$ και

$$(\varepsilon_2): y = f(-3) + (13\lambda^2 - 34) \cdot x, \quad \text{να είναι παράλληλες.}$$

γ) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = 1$.

10. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = 3x + 2\kappa + 1$ και $(\varepsilon_2): y = (-2\lambda + 1) \cdot x - 6$, όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.

α) Αν η ευθεία (ε_1) διέρχεται από το σημείο $\Sigma(1, 4)$ να βρείτε την τιμή του κ

β) Να βρείτε την τιμή του λ έτσι ώστε οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) να είναι παράλληλες

γ) Αν $\kappa = 0$ να βρείτε το σημείο A στο οποίο η (ε_1) τέμνει τον άξονα $y'y$

δ) Αν $\lambda = -1$ να βρείτε το σημείο B στο οποίο η (ε_2) τέμνει τον άξονα $x'x$

ε) Να βρείτε την απόσταση των σημείων A και B

11. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < 0 \\ x + 6\lambda - \lambda^2, & x \geq 0 \end{cases}$ με $\lambda \in \mathbb{R}$

α. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε $f(0) = f(-8)$

β. Αν $\lambda = 3$ τότε:

β₁) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{f(18)}}$

β₂) να βρείτε την απόσταση των σημείων $\Sigma_1(-3, f(-3))$ και $\Sigma_2(0, f(0))$

β₃) να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες

β₄) να λύσετε την ανίσωση: $f(x) \leq 9$

β₅) να γίνει η γραφική παράσταση της f .

12. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = (\kappa - 1) \cdot x + \lambda$, όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.

α) Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(0, 7)$ και $B(1, 5)$, να προσδιορίσετε τα $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$

β) Για $\kappa = -1$ και $\lambda = 7$ τότε:

β₁) να λύσετε την εξίσωση: $|f(x)| = 5$ β₂) να λύσετε την ανίσωση: $|f(x)| < 3$

13. Στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy δίνεται ότι η ευθεία (ε) με εξίσωση: $y = (3\lambda - 1)x + 2\mu$, όπου λ, μ πραγματικοί αριθμοί, είναι παράλληλη με την ευθεία (δ) με εξίσωση: $y = 2\lambda x$ και περνάει από το σημείο $K(2, 8)$.

α) Να βρείτε του πραγματικούς αριθμούς λ, μ

β) Να επαληθεύσετε ότι τα σημεία $\Lambda(-4, -4)$ και $M(-1, 2)$ ανήκουν στην ευθεία (ε) και να αποδείξετε ότι το σημείο M είναι μέσο του ευθυγράμμου τμήματος $ΚΛ$.



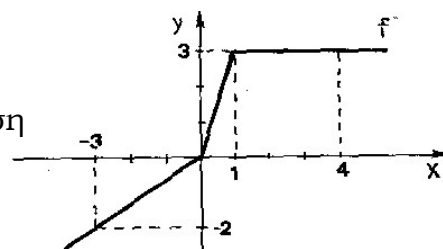
14. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = \left(\frac{|\lambda-1|-3}{|\lambda+2|-\frac{3}{2}} \right) \cdot x - 2020$, $\left(\lambda \neq -\frac{1}{2} \text{ και } \lambda \neq -\frac{7}{2} \right)$ και $(\varepsilon_2): y = 2x + 2019$

Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες.

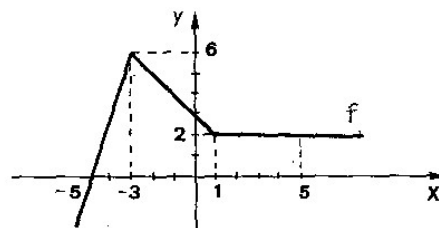
15. Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): y = \frac{\lambda-1}{1-2\lambda} \cdot x - \frac{5-\lambda}{2\lambda-1}$, $\lambda \neq \frac{1}{2}$. Να προσδιοριστεί ο λ ώστε η (ε) :

- α) Να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$
- β) Να είναι παράλληλη στην ευθεία $(\delta): y = x + 1$
- γ) Να διέρχεται από την αρχή των αξόνων
- δ) Να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45°
- ε) Να διέρχεται από το σημείο $\Sigma(1, -2)$
- στ) Να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία αμβλεία.

16. Να βρείτε τη συνάρτηση της f οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



17. Όμοια της συνάρτησης f της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



18. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2-x^2}{3x}$, με $x \neq 0$ και η συνάρτηση $g(x) = f(x) + 2 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$.

Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της g είναι η διχοτόμος της 1ης και 3ης γωνίας των αξόνων εκτός της αρχής αυτών.

19. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 2x - \alpha, & x < 0 \\ -3x + \beta, & x \geq 0 \end{cases}$ της οποίας η γραφική παράσταση

διέρχεται από τα σημεία $A(-1, 3)$ και $B(1, 1)$.

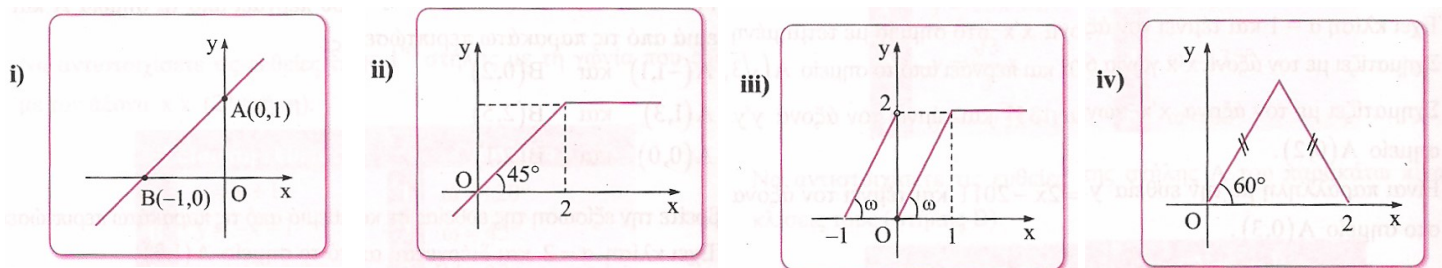
- i) Να βρείτε τις τιμές των α και β
- ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $K = f(-2) + f(0) + f(2)$
- iii) Να χαράξετε την γραφική παράσταση της f
- iv) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία $y = 1$ τέμνει την γραφική παράσταση της f

20. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 3|x|$ και $g(x) = |x+2|$

- α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες είναι $f(x) = g(x)$.
- β) Να παραστήσετε γραφικά τις δύο συναρτήσεις και να επαληθεύσετε την απάντηση του προηγούμενου ερωτήματος.
- γ) Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $3 \cdot |x| \leq |x+2|$ και να επαληθεύσετε το αποτέλεσμα σας με αλγεβρικό τρόπο.



21. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης όταν η γραφική της παράσταση είναι:



22. Έστω η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$.

i) Να βρείτε τα a και β ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από τα σημεία $A(-2, 5)$ και $B(3, -5)$

ii) Για $a = -2$ και $\beta = 1$, να δείξετε ότι:

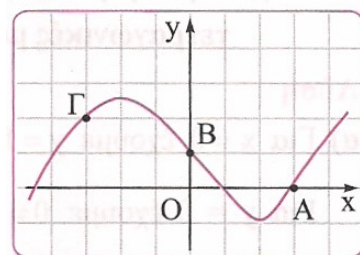
α) ο αριθμός $w = \frac{f(x) - f(y)}{x - y}$ είναι ακέραιος για κάθε $x \neq y$

β) η ανίσωση: $x \cdot [2 - f(x)] + 2020 > 0$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

23. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη σε όλο το $\mathbb{R}$.

1) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B και στη συνέχεια να δείξετε ότι η ευθεία αυτή διέρχεται και από το σημείο Γ .

2) Να λύσετε γραφικά την ανίσωση: $f(x) > -\frac{1}{3}x + 1$



24. Έστω η συνάρτηση: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = n \cdot x + n - 4$, όπου n θετικός ακέραιος.

α) Να βρείτε την τιμή του n για την οποία η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(n, -2)$

β) Να βρείτε το n ώστε το τρίγωνο που σχηματίζει η γραφική παράσταση της f με τους άξονες να έχει εμβαδόν ίσο με $\frac{n}{2}$

25.

1) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB του παρακάτω σχήματος.

2) Ένα σημείο $M(x, 0)$ κινείται στο εσωτερικό του ευθυγράμμου τμήματος OB ($0 < x < 5$). Να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου MAB ως συνάρτηση του x και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση αυτή.

