



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ»

1. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, με $\hat{A} = 75^\circ$ και $\hat{B} = 2 \cdot \hat{\Gamma}$.

α) Να βρείτε τις γωνίες Β και Γ

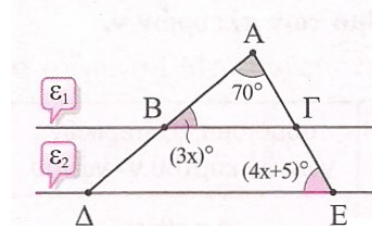
β) Αν τα ύψη ΑΔ και ΓΕ τέμνονται στο Κ, να βρείτε την γωνία ΑΚΓ.

2. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A} + \hat{\Gamma} = 120^\circ$ και $\hat{A} = 3 \cdot \hat{\Gamma}$.

α) Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ

β) Αν οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{B}_{\varepsilon}$ και $\hat{\Gamma}_{\varepsilon}$ τέμνονται στο Κ, να βρείτε τη γωνία ΒΚΓ.

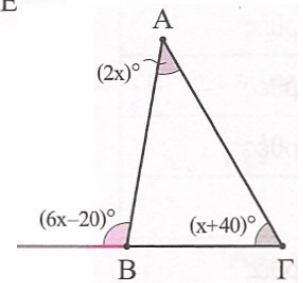
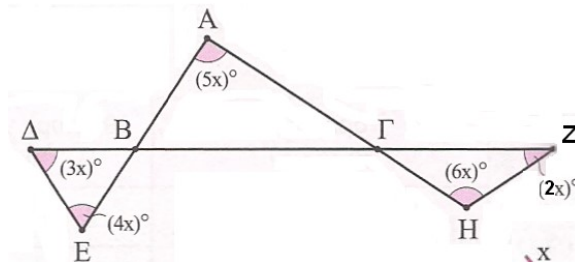
3. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Να βρείτε το x.



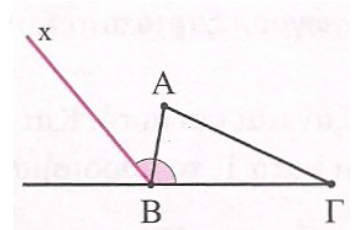
4. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ του διπλανού σχήματος.

5. Δίνεται το διπλανό σχήμα:

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και τα τρίγωνα ΕΔΒ και ΗΓΖ είναι ισοσκελή.



6. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του διπλανού σχήματος, η B_x είναι διχοτόμος της γωνίας B_{ε} . Αν είναι $\hat{\Gamma B x} = 130^\circ$ και $\hat{A} = 3 \cdot \hat{\Gamma}$, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, με $AB = AG$, στο οποίο ισχύει ότι $\hat{A} = \hat{B} + 30^\circ$.

α) Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

β) Αν οι διχοτόμοι ΒΔ και ΓΕ τέμνονται στο Κ, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΚΓΔ.

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, με $AB = AG$ και $\hat{A} = 100^\circ$. Θεωρούμε σημείο Δ της πλευράς ΒΓ, ώστε $BA = BD$. Να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων ΑΒΔ και ΑΔΓ.

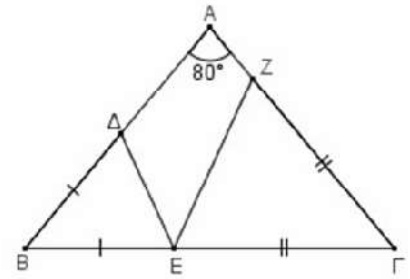
9. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, με $\hat{A} = 90^\circ$. Εξωτερικά του ΑΒΓ κατασκευάζουμε το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΔ. Αν Ε είναι το σημείο τομής των ΓΔ και ΑΒ, να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων: α) ΑΓΔ β) ΒΕΓ

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, με $AB = AG$ και $\hat{A} = 40^\circ$. Προεκτείνουμε τη ΒΓ κατά μα ΒΔ = ΒΑ και από το Γ φέρουμε ευθεία κάθετη στη ΒΓ, που τέμνει την ευθεία ΔΑ στο Ε. Να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων: α) ΑΒΓ β) ΒΔΑ γ) ΑΕΓ



11. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ είναι $\hat{A}=80^\circ$.
Παίρνουμε τυχαίο σημείο E στην πλευρά $B\Gamma$ και κατόπιν
τα σημεία Δ και Z στις πλευρές AB και AG αντίστοιχα έτσι
ώστε: $B\Delta=BE$ και $GE=GZ$.

- α)** Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $B\Delta E$ και $\Gamma Z E$.
β) Να υπολογίσετε τη γωνία ΔEZ .

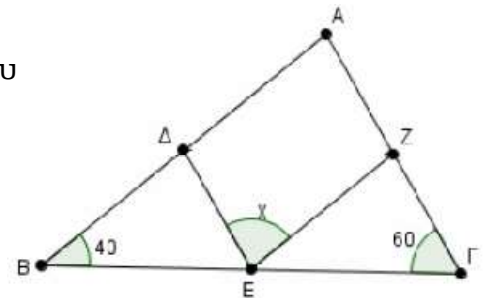


12. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο $\hat{A}_{εξ} = 2 \cdot \hat{B}$

- α)** Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=AG$.
β) Η μεσοκάθετη της πλευράς AB τέμνει την πλευρά AG στο εσωτερικό της σημείο Δ .
Αν η $\hat{A\Delta B} = 80^\circ$, τότε να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

13. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 40^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.
Επιπλέον, τα σημεία Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών του
 AB , $B\Gamma$ και GA αντίστοιχα.

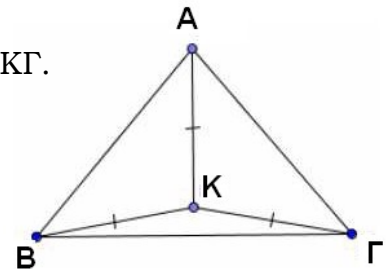
- α)** Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
β) Να αποδείξετε ότι $B\hat{\Delta}E = E\hat{Z}\Gamma = 80^\circ$.
γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta\hat{E}Z$



14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και $\hat{A}=80^\circ$.

Έστω K σημείο της διχοτόμου της γωνίας $\hat{A}$, τέτοιο ώστε $KB=KA=KG$.

- α)** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα BKA και ΓKA είναι ίσα.
β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $A\hat{B}K$ και $A\hat{\Gamma}K$.
γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $B\hat{K}\Gamma$.



15. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, με $\hat{B} = 2 \cdot \hat{\Gamma}$ και $\widehat{B\Gamma} = 120^\circ$, όπου I το σημείο τομής των διχοτόμων
γωνιών B και Γ . Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

16. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$ και $\hat{A} = 40^\circ$. Από το σημείο Λ φέρνουμε
ευθεία $\varepsilon // B\Gamma$. Η διχοτόμος $B\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνει την (ε) στο Z . Από το σημείο Γ
φέρνουμε ευθεία κάθετη στην AG , που τέμνει την (ε) στο σημείο H . Να βρείτε τις γωνίες των
τριγώνων: **α)** ABZ **β)** AGH **γ)** AGZ

17. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$ και $\hat{A} = 4 \cdot \hat{B}$.

- α)** Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
β) Έστω M το μέσο της $B\Gamma$ και Δ τυχαίο σημείο του τμήματος BM . Από το Δ φέρνουμε ευθεία
παράλληλη στην AM , που τέμνει την AB στο E και την προέκταση της GA στο Z . Να
αποδείξετε ότι το τρίγωνο AEZ είναι ισόπλευρο.