

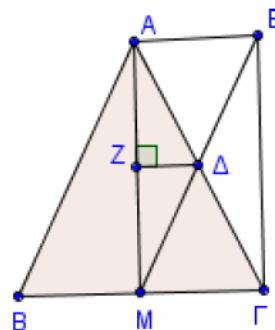


ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ ΣΤΑ ΤΡΙΓΩΝΑ»

Εργασία 1η

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και η διάμεσός του AM . Στην προέκταση της διαμέσου MD του τριγώνου $AM\Gamma$ θεωρούμε σημείο E ώστε $MD = DE$. Αν το σημείο Z είναι η προβολή του Δ στην AM , να αποδείξετε ότι:



α) Το τετράπλευρο $AM\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.

β) $\Delta Z = \frac{B\Gamma}{4}$

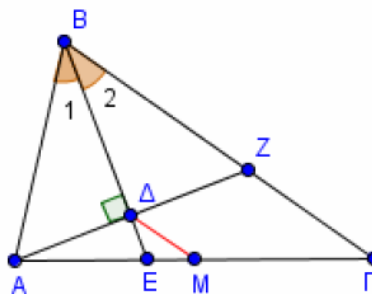
Εργασία 2η

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < B\Gamma$ και η διχοτόμος BE της γωνίας B . Αν $AZ \perp BE$, όπου Z σημείο της $B\Gamma$ και M το μέσον της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές.

β) $\Delta M \parallel B\Gamma$ και $\Delta M = \frac{B\Gamma - AB}{2}$.

γ) $\angle \hat{A}M = \frac{\hat{B}}{2}$, όπου B η γωνία του τριγώνου $AB\Gamma$.



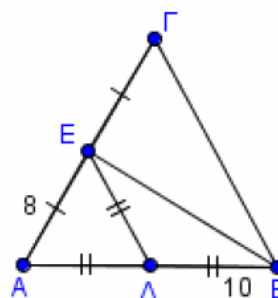
Εργασία 3η

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Επιπλέον ισχύουν $A\Delta = \Delta E = \Delta B$ με $AE = 8$ και $\Delta B = 10$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AEB είναι ορθογώνιο.

β) Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 20$.

γ) Να υπολογίσετε τη περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.



**Εργασία 4η**

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $B=60^\circ$. Φέρουμε τα ύψη AE και BZ του παραλληλογράμμου που αντιστοιχούν στην ευθεία $\Delta\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

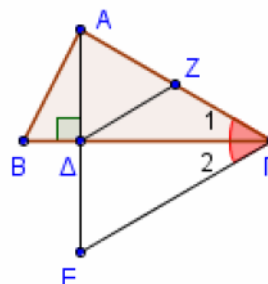
- $\Gamma Z = \frac{A\Delta}{2}$
- το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ίσο με το τρίγωνο $B\Gamma Z$,
- το τετράπλευρο $ABZE$ είναι ορθογώνιο.

Εργασία 5η

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και $\Gamma = 30^\circ$. Θεωρούμε το ύψος του $A\Delta$ και το μέσο Z της πλευράς $A\Gamma$. Προεκτείνουμε το ύψος $A\Delta$ (προς το Δ) κατά ίσο τμήμα ΔE .

Να αποδείξετε ότι:

- $\Delta Z = \frac{A\Gamma}{2}$.
- $\angle AZ\Delta = 60^\circ$
- Το τρίγωνο $A\Gamma E$ είναι ισόπλευρο.

**Εργασία 6η**

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία A ίση με 120° και γωνία B ίση με 45° . Στην προέκταση της BA προς το A , παίρνουμε τμήμα $A\Delta = 2AB$. Από το Δ φέρνουμε την κάθετη στην $A\Gamma$ που την τέμνει στο σημείο K . Να αποδείξετε ότι:

- $\angle A\Delta K = 30^\circ$
- Το τρίγωνο KAB είναι ισοσκελές.
- Αν Z το μέσο της ΔA , τότε $\angle ZKB = 90^\circ$
- Το σημείο K ανήκει στη μεσοκάθετο του τμήματος $B\Delta$.

