

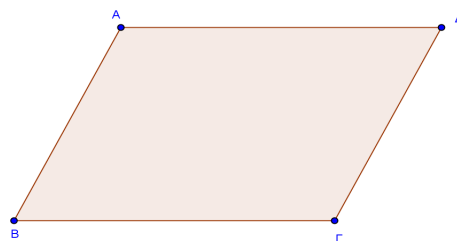


ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

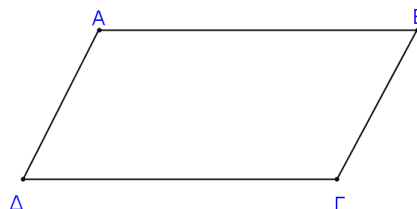
ΕΝΟΤΗΤΑ : « ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ – ΕΙΔΗ –ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ »

1. Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$, από τα μέσα H , Θ των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, φέρω κάθετες HK και $\Theta\Lambda$ πάνω στην $B\Gamma$. Να δείξετε ότι $H\Theta\Lambda K$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, E είναι το μέσο της διαμέσου AD , Z είναι το μέσο του $B\Delta$ και H το μέσο της πλευράς $A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι το EZH είναι παραλληλόγραμμο
3. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD η διάμεσός του. Αν E είναι το μέσο της AD , Z το μέσο της $B\Delta$ και H το μέσο της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EHAZ$ είναι παραλληλόγραμμο.
4. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο Z . Να δείξετε ότι $\Gamma Z = AD$.
5. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν E είναι το μέσο της AB και Z το μέσο της $\Gamma\Delta$, να δείξετε ότι: **α)** Το $AEZ\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
β) Το τρίγωνο AZB είναι ισοσκελές.
6. Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Τα σημεία E , Z και H είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι :
α) Το τρίγωνο BEZ είναι ισοσκελές **β)** Το $E\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο
7. Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ να φέρετε την AE κάθετη στη διαγώνιο $B\Delta$ και τη ΓZ κάθετη στη διαγώνιο $B\Delta$. Προεκτείνετε την AE κατά τμήμα $EH = AE$ και τη ΓZ κατά τμήμα $Z\Theta = \Gamma Z$. Να αποδείξετε ότι:

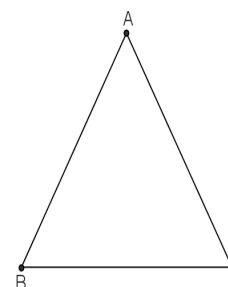
- α)** $AE = Z\Gamma$
- β)** Το $\triangle ABH$ είναι ισοσκελές.
- γ)** Το $A\Theta\Gamma H$ είναι παραλληλόγραμμο.



8. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν M και N είναι τα μέσα των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα και $\widehat{M\Gamma N} = 90^\circ$ να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AMN\Delta$ είναι ρόμβος.



9. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) να φέρετε το ύψος AD και τις ΔZ και BE κάθετες στην $A\Gamma$. Αν H είναι το μέσο της BE να δείξετε ότι:
α) το Z είναι το μέσο της $E\Gamma$
β) ΔHEZ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



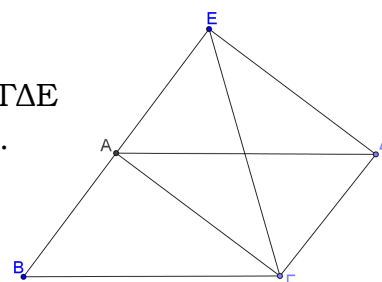


10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν Δ , E και Z τα μέσα των πλευρών του AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, M το σημείο τομής των διαγωνίων του $A\Delta E Z$, να αποδείξετε ότι: **α)** $A\Delta E Z$ ορθογώνιο **β)** $AM = B\Gamma/4$

11. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{B}\hat{\Delta}\Gamma = 30^\circ$. Από το μέσο E της διαγωνίου $B\Delta$ φέρουμε παράλληλη προς την $A\Delta$ η οποία τέμνει τη $\Delta\Gamma$ στο σημείο Θ . Στη συνέχεια προεκτείνουμε την $E\Theta$ κατά τμήμα $\Theta H = E\Theta$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta E\Gamma H$ είναι ρόμβος.

12. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$. Το E είναι τυχαίο σημείο της AB και το Δ το μέσο της $B\Gamma$. Φέρουμε την $E\Delta$ και από την κορυφή Γ του τριγώνου φέρουμε παράλληλη προς την AB , η οποία τέμνει την προέκταση της $E\Delta$ στο σημείο Z . Να δείξετε ότι το $E\Gamma Z B$ είναι παραλληλόγραμμο.

13. Στο σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και το $A\Gamma\Delta E$ ορθογώνιο. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $E B \Gamma$ είναι ισοσκελές.



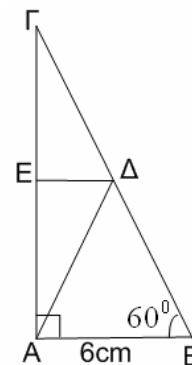
14. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και Δ , E μέσα των $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την $E\Delta$ κατά τμήμα $E Z = E\Delta$.

Να δείξετε ότι: **α)** το $A\Delta Z B$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και **β)** το $A E B$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο.

15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{B} = 60^\circ$.

Αν Δ μέσο της $B\Gamma$, E μέσο της $A\Gamma$ και $AB = 6\text{cm}$.

Να υπολογίσετε : **α)** Το μήκος της $B\Gamma$. **β)** Το μήκος της $A\Delta$ και $E\Delta$.



16. Οι διαγώνιοι $A\Gamma$ και $B\Delta$ ορθογωνίου παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται στο O . Αν BZ και ΔE οι αποστάσεις των κορυφών B και Δ από την διαγώνιο $A\Gamma$, να δείξετε ότι :

α) $\hat{\Delta}EO = \hat{B}ZO$ **β)** Το $EBZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο

γ) Αν $\hat{\Delta}AE = 60^\circ$ και $AE = 5\text{ cm}$, να βρείτε το μήκος του $A\Delta$ και το μήκος της διαγωνίου $B\Delta$.

17. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ και AM η διάμεσος του. Από το M φέρουμε κάθετη πάνω στην πλευρά AB που την τέμνει στο σημείο Δ . Προεκτείνουμε την $M\Delta$ έτσι ώστε $M\Delta = \Delta E$. Να αποδείξετε ότι: **α)** $AEBM$ ρόμβος. **β)** $AM\Gamma$ ισόπλευρο τρίγωνο.