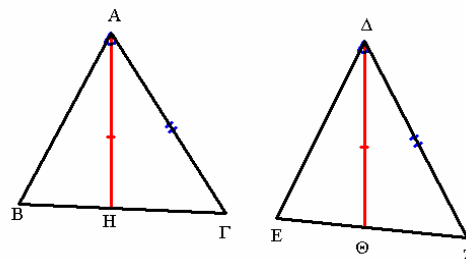
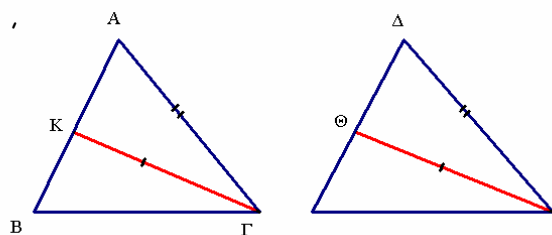


ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

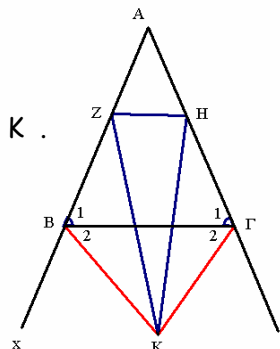
1. Δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ , όπου $A\Gamma = \Delta Z$, $\hat{A} = \hat{\Delta}$ και $AH = \Delta\Theta$ όπου AH και $\Delta\Theta$ αντίστοιχες διχοτόμοι. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα.



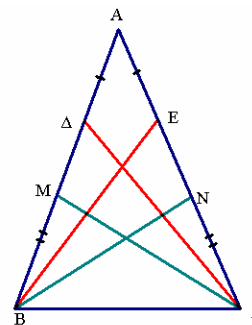
2. Δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ , με $AB = \Delta E$, $A\Gamma = \Delta Z$. Αν $\Gamma K = Z\Theta$, όπου ΓK και $Z\Theta$ αντίστοιχες διάμεσοι, να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα.



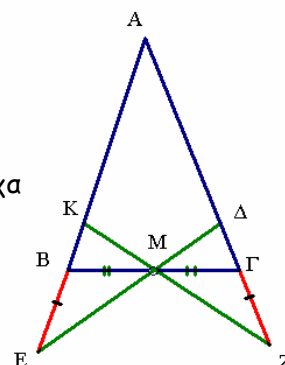
3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και φέρνουμε τις εξωτερικές διχοτόμους των ίσων γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ που τέμνονται στο K . Αν Z, H είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τρίγωνο KHZ είναι ισοσκελές.



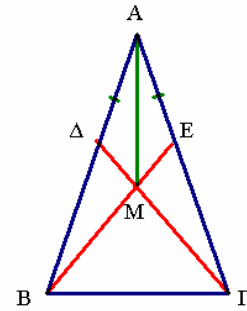
4. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) θεωρούμε στην πλευρά AB τα σημεία Δ και M και στην πλευρά $A\Gamma$ τα σημεία E και N έτσι ώστε: $A\Delta = AE$ και $BM = \Gamma N$. Να δείξετε ότι $\hat{EBN} = \hat{\Delta\Gamma M}$.



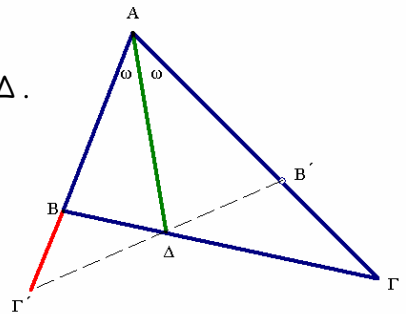
5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M μέσο της $B\Gamma$. Στις προεκτάσεις των AB και $A\Gamma$ θεωρούμε σημεία E και Z αντίστοιχα ώστε $BE = \Gamma Z$. Αν Δ το σημείο τομής της EM με την $A\Gamma$ και K το σημείο τομής της ZM με την AB . Να δείξετε ότι:
- τα τρίγωνα MEZ , $M\Delta K$ είναι ισοσκελή
 - τα τρίγωνα MBK και $M\Gamma\Delta$ είναι ίσα



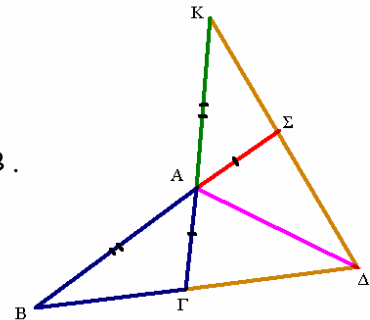
6. Στις ίσες πλευρές AB και AG ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα δύο σημεία Δ και E με $A\Delta = AE$. Τα ευθύγραμμα τμήματα BE και $\Gamma\Delta$ τέμνονται σ' ένα σημείο M . Να δείξετε ότι καθένα από τα τρίγωνα $MB\Gamma$ και $M\Delta E$ είναι ισοσκελές. Στη συνέχεια να δείξετε ότι η ημιευθεία AM είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$.



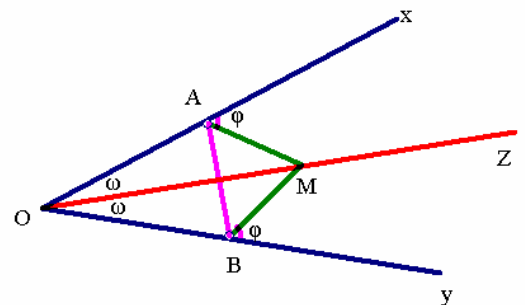
7. Θεωρούμε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < AG$ και τη διχοτόμο του $A\Delta$. Στην ημιευθεία AB παίρνουμε τμήμα $AG' = AG$ και στην ημιευθεία AG παίρνουμε τμήμα $AB' = AB$. Να δείξετε ότι τα σημεία B' , Δ και Γ' είναι συνευθειακά.



8. Έστω ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB > AG$. Στην προέκταση της πλευράς BA προς το A παίρνουμε τμήμα $AS = AG$ και στην προέκταση της πλευράς GA προς το A παίρνουμε τμήμα $AK = AB$. Οι ευθείες SK και $B\Gamma$ τέμνονται στο Δ . Να δείξετε ότι :
- Το τρίγωνο $\Delta\Gamma\Sigma$ είναι ισοσκελές.
 - Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ διέρχεται από το A .



9. Θεωρούμε μια κυρτή γωνία $\chi O\gamma$ και ένα σημείο M της διχοτόμου της O (διαφορετικό από το O). Στις πλευρές της $O\chi$ και $O\gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία A και B (διαφορετικά από το O) έτσι ώστε : $M\hat{A}\chi = M\hat{B}\gamma$. Να δείξετε ότι η OZ είναι μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος AB .



10. Έστω ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, στο οποίο η βάση $B\Gamma$ είναι μικρότερη από την πλευρά AB . Στην προέκταση της πλευράς AB προς το B παίρνουμε τμήμα $B\Delta = AB - B\Gamma$ και στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ προς το Γ παίρνουμε τμήμα $\Gamma E = B\Delta$. Να δείξετε ότι :
- Το τρίγωνο EAD είναι ισοσκελές.
 - $A\hat{\Delta}E = \frac{B\hat{A}\Gamma + A\hat{E}\Delta}{2}$

