

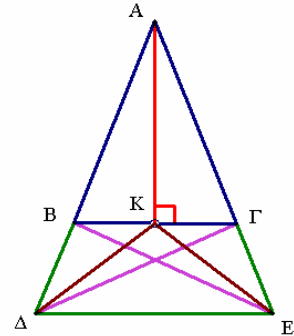


ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ»

Εργασία 1^η:

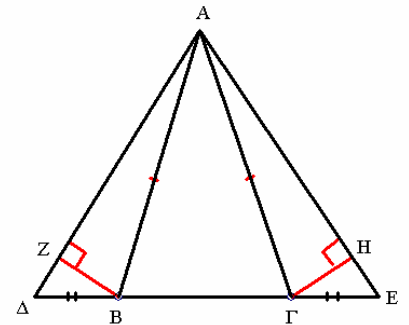
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), με ύψος AK .
Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και AG θεωρούμε αντίστοιχα τα σημεία Δ και E έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$.
Να δείξετε ότι : **α)** $K\Delta = KE$ και **β)** $\Delta\Gamma = BE$.



Εργασία 2^η:

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Πάνω στην ευθεία $B\Gamma$ θεωρούμε εκατέρωθεν των B και Γ τα σημεία Δ και E αντίστοιχα ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν Z και H οι προβολές των B και Γ στις $A\Delta$ και AE αντίστοιχα, να δείξετε ότι :

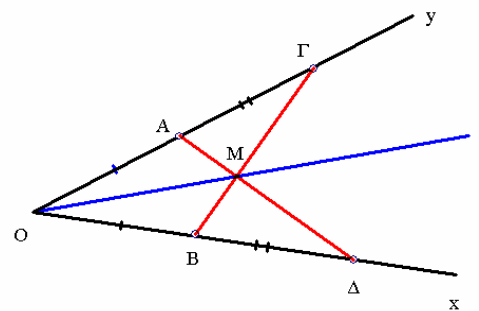
α) $\hat{A}\Delta = \hat{A}\Gamma E$, **β)** το τρίγωνο ΔAE είναι ισοσκελές και **γ)** $BZ = \Gamma H$



Εργασία 3^η:

Δίνεται γωνία $\hat{xOy}$ και πάνω στις Ox και Oy θεωρούμε τα σημεία B και A αντίστοιχα ώστε $OB=OA$, καθώς και τα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα ώστε $O\Delta = O\Gamma$. Αν M το σημείο τομής των $A\Delta$ και $B\Gamma$, να δείξετε ότι :

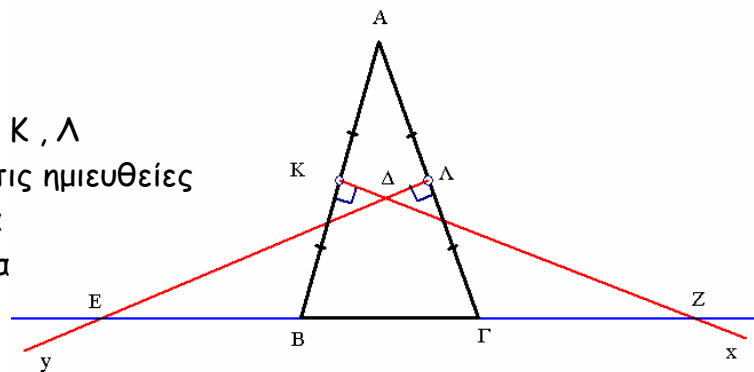
α) τα τρίγωνα $O\Delta\Delta$ και $O\Gamma\Gamma$ είναι ίσα.
β) καθώς και τα τρίγωνα $B\Delta\Delta$ και $A\Gamma\Gamma$ είναι ίσα.
γ) OM διχοτόμος της $\hat{xOy}$.



Εργασία 4^η:

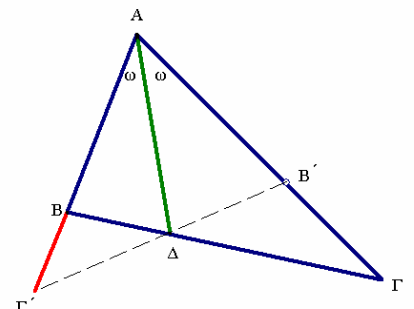
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = AG$) και K, Λ τα μέσα των AB και AG αντίστοιχα. Φέρνουμε τις ημιευθείες $K\chi$ και $\Lambda\psi$ κάθετες στις AB και AG αντίστοιχα οι οποίες τέμνονται στο Δ και τέμνουν την $B\Gamma$ στα σημεία Z και E αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

α) $\Delta E = \Delta Z$ και **β)** $E\Gamma = BZ$



Εργασία 5^η:

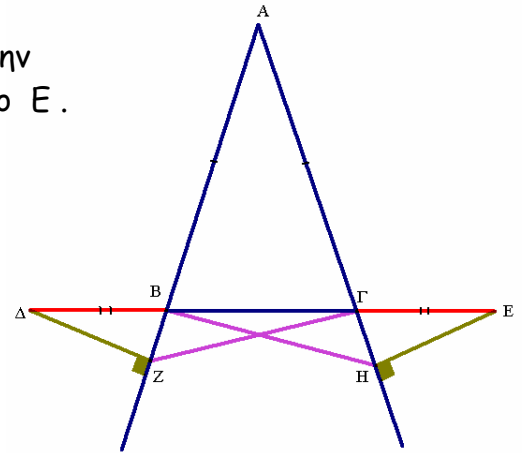
Θεωρούμε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < AG$ και τη διχοτόμο του $A\Delta$. Στην ημιευθεία AB παίρνουμε τμήμα $AG' = AG$ και στην ημιευθεία AG παίρνουμε τμήμα $AB' = AB$.
Να δείξετε ότι τα σημεία B', Δ και Γ' είναι συνευθειακά.



**Εργασία 6^η:**

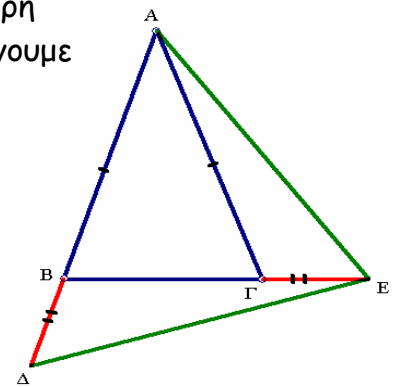
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ προς το μέρος του Γ και παίρνουμε ένα τυχαίο σημείο E . Επίσης προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ προς το μέρος του B και παίρνουμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν Z και H είναι οι προβολές των Δ και E πάνω στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα ΔBZ και $E\Gamma H$ είναι ίσα. β) $\Gamma Z = BH$.

**Εργασία 7^η:**

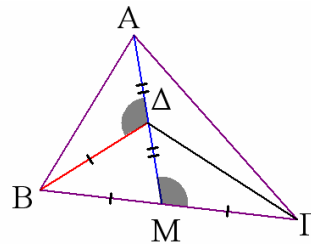
Εστω ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, στο οποίο η βάση $B\Gamma$ είναι μικρότερη από την πλευρά AB . Στην προέκταση της πλευράς AB προς το B παίρνουμε τμήμα $B\Delta = AB - B\Gamma$ και στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ προς το Γ παίρνουμε τμήμα $\Gamma E = B\Delta$. Να δείξετε ότι :

α) Το τρίγωνο $E\Delta\Delta$ είναι ισοσκελές. β) $\widehat{A\Delta E} = \frac{\widehat{BA\Gamma} + \widehat{AE\Delta}}{2}$

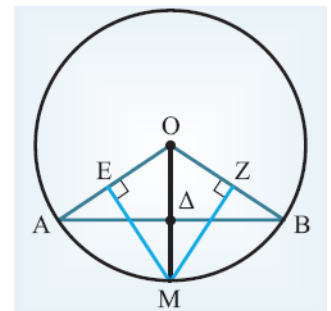
**Εργασία 8^η:**

Στο παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $A\Delta = \Delta M$ και $B\Delta = BM = M\Gamma$. Να δείξετε ότι:

α) $\widehat{A\Delta B} = \widehat{\Delta M\Gamma}$ και β) $AB = \Delta\Gamma$

**Εργασία 9^η:**

Να αποδείξετε ότι το μέσο M τόξου AB ισαπέχει από τις ακτίνες που αντιστοιχούν στα άκρα του τόξου και μάλιστα απόσταση ίση με το μισό της αντίστοιχης χορδής.

**Εργασία 10^η:**

Δίνεται αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} > 90^\circ$) και στις πλευρές B

AB και $A\Gamma$ θεωρούμε τα σημεία Δ και E αντίστοιχα ώστε $A\Delta = AE$. Αν οι κάθετες από τα $\Delta\Theta$ και $E\text{H}$ προς τις $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα τέμνονται στο Z , να δείξετε :

α) $\Delta\Theta = EH$

β) $\Delta H = E\Theta$

γ) το τρίγωνο $Z\Delta E$ είναι ισοσκελές

