



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΑΝΙΣΟΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΕ ΤΡΙΓΩΝΟ»

1. Κυκλώστε τη σωστή απάντηση:

α) Αν οι 2 πλευρές ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 4 και 9 ,τότε η περίμετρός του είναι
Α. 17 Β. 22 Γ. 17 ή 22 Δ. απροσδιόριστη

β) Το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι 60 cm και το BG είναι 40 cm. Ποιο από τα παρακάτω δεν μπορεί να είναι το μήκος του ΓΑ ;

Α. 40 cm Β. 70 cm Γ. 100 cm Δ. 110 cm

γ) Για ποιες τιμές του x υπάρχει τρίγωνο με πλευρές x , x+1, x+2 ;

Α. για κάθε $x > 0$ Β. για κάθε $x > 1$ Γ. για κάθε $0 < x < 1$ Δ. για κάθε $x > 0,5$

2. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\alpha = 8$, $\beta = 6$, $\gamma = 4$ και Μ εσωτερικό σημείο του τριγώνου.

Αποδείξτε ότι : $9 < MA + MB + MG < 18$.

3. Θεωρούμε κυρτό τετράπλευρο ABΓΔ με μεγαλύτερη πλευρά την AB και μικρότερη την ΓΔ .

Αποδείξτε ότι η γωνία $\hat{A}$ είναι μικρότερη της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

4. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\beta > \gamma$ και σημείο Ο της διαμέσου ΑΜ . Αποδείξτε ότι:

α) η γωνία $\hat{A\hat{M}\Gamma}$ είναι μεγαλύτερη της γωνίας $\hat{A\hat{M}B}$

β) $OG > OB$

5. Θεωρούμε ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με υποτείνουσα ΒΓ και Η εσωτερικό σημείο της ΑΓ . Αποδείξτε ότι: $B\Gamma > BH > A\Gamma$.

6. Αποδείξτε ότι σε κάθε αμβλυγώνιο τρίγωνο, το ύψος προς την μεγαλύτερη πλευρά είναι μικρότερο της μεγαλύτερης πλευράς .

7. Σε τρίγωνο ABΓ φέρνουμε τη διχοτόμο ΑΔ. Να αποδείξετε ότι:

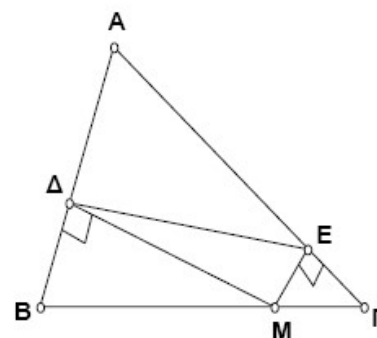
$$\text{i) } \hat{A\Delta\Gamma} > \frac{\hat{A}}{2} \quad \text{ii) } A\Gamma > \Delta\Gamma$$

8. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τυχαίο σημείο Μ της πλευράς ΒΓ.

Αν Δ και Ε είναι οι προβολές του Μ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

i) $M\Delta < BM$ και $ME < MG$ ii) $\Delta E < B\Gamma$

iii) $M\Delta + ME < AB + A\Gamma$



9. Έστω ABΓ ισοσκελές τρίγωνο με $AB = A\Gamma$ και Μ ένα σημείο της πλευράς ΑΒ.

Να αποδειχθεί ότι: $MB < MG$.

10. Έστω τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και Δ , Ε σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Φέρουμε την ΔΓ. Να αποδειχθεί ότι: $\Delta E < B\Gamma$.



11. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και ένα σημείο N πάνω στην διχοτόμο της εξωτερικής γωνίας της $\hat{A}$ διαφορετικό από το A . Να αποδείξετε ότι: $NB + N\Gamma > AB + A\Gamma$
12. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$, η διχοτόμος του $A\Delta$ και M εσωτερικό σημείο της $A\Delta$. Δείξτε ότι:
α) $M\Gamma - MB < A\Gamma - AB$ β) $MB < M\Gamma$
13. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Από την κορυφή B της βάσης του φέρουμε τυχαία ευθεία $B\Delta$ εντός του τριγώνου, η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ . Να αποδειχθεί ότι $B\Delta > \Delta\Gamma$.
14. Οι διχοτόμοι των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ ενός τριγώνου τέμνονται σε σημείο O . Αν $AB > A\Gamma$, να αποδειχθεί ότι $OB > O\Gamma$.
15. Να αποδειχθεί ότι κάθε πλευρά ενός τριγώνου είναι μικρότερη από την ημιπεριμετρό του.
16. Σε ένα τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, η AB είναι η μεγαλύτερη και η $\Gamma\Delta$ η μικρότερη πλευρά του. Να αποδειχθεί ότι
α) $\hat{A}\hat{\Gamma} > \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ και β) $\hat{B}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} > \hat{B}\hat{A}\hat{\Delta}$
17. Σε κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι $A\Delta = B\Gamma$ και $\hat{\Delta} > \hat{\Gamma}$. Να αποδειχθεί ότι $A\Gamma > B\Delta$.
18. Να αποδειχθεί ότι αν οι κάθετοι που φέρουμε από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου προς τις άλλες δύο πλευρές είναι ίσες, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
19. Στις πλευρές AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τυχαία σημεία Δ , E και Z . Να αποδειχθεί ότι η περίμετρος του τριγώνου ΔEZ είναι μικρότερη από την περίμετρο του $AB\Gamma$.
20. Να αποδειχθεί ότι κάθε διάμεσος ενός τριγώνου είναι μικρότερη από το ημιάθροισμα των δύο πλευρών που περιέχουν τη διάμεσο και μεγαλύτερη από την ημιδιαφορά τους σε απόλυτη τιμή.
21. Να αποδειχθεί ότι η διάμετρος ενός κύκλου είναι μεγαλύτερη από κάθε άλλη χορδή του.
22. Δίνεται κύκλος (O, ρ) με διάμετρο AB και έστω Γ τυχαίο σημείο της ακτίνας OB . Αν M σημείο του κύκλου να αποδειχθεί ότι: i. $GM < GA$. ii. $GM > GB$.
23. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ τυχαίο εσωτερικό σημείο της $B\Gamma$. Η κάθετη από το Δ στην ευθεία AB την τέμνει στο E , και η κάθετη από το Δ στην ευθεία $A\Gamma$ την τέμνει στο Z . Να αποδειχθεί ότι $B\Gamma > EZ$.
24. Να αποδειχθεί ότι κάθε σημείο που δεν ανήκει στη διχοτόμο μιας γωνίας απέχει άνισα από τις πλευρές της και αντίστροφα.
25. Στην προέκταση διαμέτρου AB ενός κύκλου παίρνουμε σημείο Γ . Αν M τυχαίο σημείο του κύκλου, να αποδειχθεί ότι $GB < GM < GA$.



26. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και έστω Δ σημείο της πλευράς $A\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά AB προς το A κατά τμήμα $AE = A\Delta$. Να συγκριθούν τα τμήματα $B\Delta$ και ΓE (για κάθε περίπτωση της γωνίας A).
27. Στη βάση ισοσκελούς τριγώνου $A B\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) παίρνουμε σημείο Δ ώστε $B\Delta < \Delta\Gamma$.
 i. Να αποδειχθεί ότι $\widehat{B\Delta\Delta} < \widehat{\Delta\Delta\Gamma}$
 ii. Αν M τυχαίο σημείο του $A\Delta$, να αποδειχθεί ότι $MB < M\Gamma$ και $\widehat{A\hat{B}M} < \widehat{A\hat{\Gamma}M}$.
28. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Να αποδειχθεί ότι για κάθε εσωτερικό σημείο M της διχοτόμου $A\Delta$ ισχύει $MB < M\Gamma$.
29. Δίνεται αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ (με $\widehat{A} > 90^\circ$).
 Έστω Δ σημείο της AB και E σημείο της $A\Gamma$. Να αποδειχθεί ότι: $BE + \Gamma\Delta > B\Delta + \Delta E + E\Gamma$.
30. Δίνονται δύο κύκλοι (O, ρ) και (O, R) με $\rho < R$. Φέρουμε δύο χορδές AB και $\Gamma\Delta$ του κύκλου (O, ρ) που δεν διέρχονται από το κέντρο του, ώστε $AB < \Gamma\Delta$. Αν οι ακτίνες OA και OG τέμνουν τον κύκλο (O, R) στα σημεία A' και Γ' αντίστοιχα, να αποδειχθεί ότι $A'B < \Gamma'\Delta$.
31. Στην προέκταση του ύψους AH τριγώνου $A B\Gamma$ παίρνουμε τμήμα $H\Delta = AH$, και στην προέκταση της διαμέσου του AM παίρνουμε τμήμα $ME = AM$. Να αποδειχθεί ότι:
 i. $\widehat{B\hat{\Gamma}E} = \widehat{\Gamma\hat{B}\Delta}$ και $B\Delta = \Gamma E$.
 ii. Αν οι ευθείες $B\Delta$ και ΓE τέμνονται στο O , τότε η OM είναι κάθετη στις $B\Gamma$ και ΔE .
32. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $B\Delta = \Gamma E$. Να αποδειχθεί ότι: $\Delta E > B\Gamma$.
33. Σε κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ ισχύει $B\Gamma = A\Delta$ και $\widehat{A} > \widehat{B} > 90$. Να αποδειχθούν ότι:
 i. $B\Delta > A\Gamma$. ii. $\Gamma\Delta > AB$.