

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «Ισότητα τριγώνων»

Θέμα 1.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και στις ίσες πλευρές AB , $A\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα

τμήματα $A\Delta = \frac{1}{3}AB$, $A\epsilon = \frac{1}{3}A\Gamma$ και έστω M είναι το μέσο της $B\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα $B\Delta$ και $\Gamma\epsilon$ είναι ίσα.

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔEM είναι ισοσκελές.

γ) Προεκτείνουμε τη ΔE και προς τα δύο της άκρα κατά ίσα τμήματα ΔZ και $E\eta$. Να αποδείξετε ότι $\widehat{\Delta MZ} = \widehat{E\eta H}$.

Θέμα 2.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διχοτόμοι του $B\Delta$, $\Gamma\epsilon$ που τέμνονται στο Z . Να αποδείξετε ότι

α) $B\Delta = \Gamma\epsilon$

β) το τρίγωνο $BZ\Gamma$ είναι ισοσκελές.

γ) AZ μεσοκάθετος του ΔE .

Θέμα 3.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και έστω Δ , E , Z τα μέσα των πλευρών του AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔEZ είναι ισοσκελές.

β) Προεκτείνουμε τη ΔZ και προς τα δύο της άκρα κατά ίσα τμήματα ΔH και $Z\Theta$. Να αποδείξετε ότι

1) $\widehat{\Delta EH} = \widehat{Z\Theta}$ και

2) το τρίγωνο $HE\Theta$ είναι ισοσκελές.

Θέμα 4.

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$, όπου $B\Gamma = 2AB$ και $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 2 \cdot \widehat{A\hat{\Gamma}B}$.

Έστω Δ σημείο της $A\Gamma$ ώστε $\Delta B = \Delta\Gamma$ και έστω M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

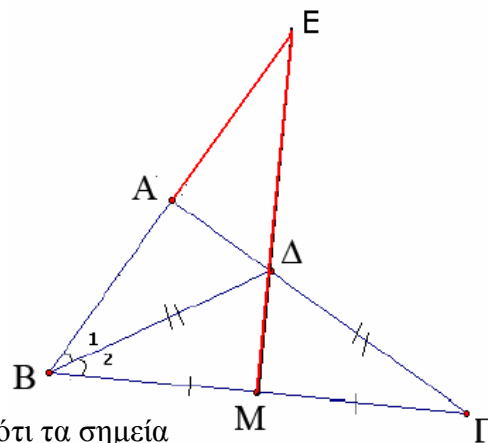
α) ΔB διχοτόμος της $A\hat{B}\Gamma$. β) $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 90^\circ$

γ) Αν η προέκταση της $M\Delta$ τέμνει την προέκταση της BA στο σημείο E , τότε:

1. $\widehat{A\hat{E}\Delta} = \widehat{\Delta\hat{\Gamma}M}$.

2. Το τρίγωνο BEG είναι ισοσκελές.

3. Αν K και Λ τα μέσα των AM και $E\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι τα σημεία B , K , Δ και M είναι συνευθειακά.



Θέμα 5.

Δίνεται κύκλος κέντρου O και μία χορδή AB αυτού. Προεκτείνω την AB και προς τα δύο της άκρα και στις προεκτάσεις παίρνω σημείο K προς το μέρος του A και σημείο Λ προς το μέρος του B έτσι ώστε να ισχύει $AK = B\Lambda$. Φέρω τη διάμεσο OM του τριγώνου OAB και την προεκτείνω κατά $MN = OM$. Να δείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα KAO και ΛBO είναι ίσα.

β) Η NO είναι η μεσοκάθετος του $K\Lambda$.

γ) Το τρίγωνο $KN\Lambda$ είναι ισοσκελές.

δ) Τα τρίγωνα $KN\Lambda$ και $KO\Lambda$ είναι ίσα.

Θέμα 7.

Δίνεται αμβλυγώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$ και $\hat{A} > 90^\circ$. Φέρουμε τα ύψη $B\Delta$ και ΓE , οι προεκτάσεις των οποίων τέμνονται στο P .

α. Να δείξετε ότι $AD=AE$.

β. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta B\Gamma$ και $E\Gamma B$ είναι ίσα

γ. Να δείξετε ότι η PA είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{P}$

δ. Να δείξετε ότι αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, τότε τα σημεία P, A, M είναι συνευθειακά.

Θέμα 8.

Σε κύκλο (O, R) παίρνουμε χορδές $AB, \Gamma\Delta$. Οι προεκτάσεις των χορδών προς τα B και Δ αντίστοιχα, τέμνονται σε σημείο P εκτός κύκλου τέτοιο, ώστε $PA = P\Gamma$.

α. Να δείξετε ότι η PO είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{AP}\Gamma$

β. Αν OK, OL οι αποστάσεις του κέντρου O από τις AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $PK = PL$.

γ. Να δείξετε ότι $AB = \Gamma\Delta$.

δ. Να δείξετε ότι η PO είναι μεσοκάθετος του AG .

ΘΕΜΑ 9.

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < AG$, AD διχοτόμος της $\hat{A}$. Αν E σημείο της AG ώστε $AE=AB$, να αποδείξετε ότι:

i) $\hat{AB}\Delta = \hat{ADE}$

ii) αν η προέκταση της ED τέμνει την ευθεία AB στο Z να δείξετε ότι $BZ=EG$

iii) $AD \perp Z\Gamma$

ΘΕΜΑ 10.

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ με $\hat{B} < 90^\circ$. Φέρνουμε το ύψος AD και στην προέκταση της AB παίρνουμε τμήμα $BE = BD$. Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{AB}\Gamma = 2\hat{B}\Delta E$,

β) το τρίγωνο $M\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές, όπου M σημείο τομής της AG και της ED ,

γ) $M\hat{\Delta}A = M\hat{\Lambda}\Delta$,

δ) το M είναι μέσο του AG .

Θέμα 11.

Θεωρούμε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < AG$ και στην πλευρά $B\Gamma$ τα σημεία Δ και E τέτοια, ώστε $B\Delta = DE = EG$.

Προεκτείνουμε την AD κατά τμήμα $\Delta K = AD$ και την AE κατά τμήμα $E\Lambda = AE$. Να αποδείξετε ότι:

α) $AB = KE$

β) $BK = AE$

γ) $BK = E\Lambda$

δ) $\Gamma\Lambda = \Delta K$

