



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

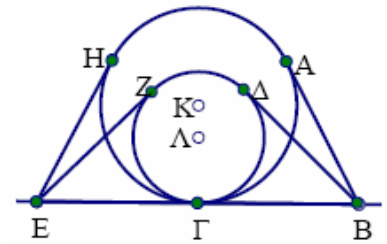
ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΚΥΚΛΟΣ - ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΚΥΚΛΟΥ - ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΑ ΤΜΗΜΑΤΑ ΚΥΚΛΟΥ - ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ »

1. Έστω Κ το μέσο της διακέντρου δύο ίσων κύκλων. Ευθεία που διέρχεται από το Κ τέμνει τους κύκλους στα σημεία Α, Β και Α', Β' αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι $AB = A'B'$.
2. Σε μία χορδή ΑΒ ενός κύκλου κέντρου Ο παίρνουμε σημεία Γ και Δ για τα οποία είναι $AG = BD$. Να αποδειχθεί ότι:
 - i. $\widehat{AOG} = \widehat{BOD}$
 - ii. Αν ΟΜ το απόστημα της χορδής, τότε η ΟΜ είναι διχοτόμος του τριγώνου ΟΔ Γ.
3. Από σημείο Α εξωτερικό ενός κύκλου (Κ, ρ) φέρουμε εφαπτομένη ΑΒ στον κύκλο, όπου το σημείο επαφής. Να συγκριθούν τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΑΚ.
4. Να αποδειχθεί ότι δύο σημεία χορδής κύκλου, τα οποία είναι συμμετρικά ως προς το μέσο της χορδής, ισαπέχουν από το κέντρο του κύκλου και αντίστροφα.
5. Σε κύκλο με κέντρο Ο παίρνουμε δύο ίσες χορδές ΑΒ και ΓΔ, οι οποίες όταν προεκταθούν τέμνονται σε σημείο Μ εκτός κύκλου. Να αποδειχθεί ότι:
 - i. Το σημείο Μ ισαπέχει από τα άκρα των χορδών αυτών.
 - ii. Η ΟΜ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{AM\Delta}$.
6. Δύο χορδές ΑΒ και ΓΔ ενός κύκλου τέμνονται σε σημείο Μ εντός κύκλου. Να αποδειχθεί ότι η διχοτόμος της μίας γωνίας των χορδών διέρχεται από το κέντρο του κύκλου.
7. Από σημείο Α εκτός κύκλου φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ, ΑΓ. Αν $AB = 2x^2 + 5x + 6$ και $AG = x^2 + 3x + 5$, να βρείτε τα μήκη των ΑΒ, ΑΓ.
8. Θεωρούμε δύο ίσους κύκλους (Ο, ρ) και (Ο', ρ) με $OO' > 2\rho$. Από το μέσο Μ του ΟΟ' φέρνουμε ευθεία ε που τέμνει τους κύκλους στα Α, Β και Α', Β' αντιστοίχως. Να δείξετε ότι $AB = A'B'$.
9. Θεωρούμε δύο κύκλους (Ο, ρ₁) και (Ο', ρ₂) με $\rho_1 > \rho_2$ και η διάκεντρος $\delta = OO'$
 - α) Αν $\delta = \frac{2 \cdot \rho_1 - \rho_2}{2}$, αποδείξτε ότι οι κύκλοι τέμνονται.
 - β) Αν $\delta = \frac{\rho_1^2 - \rho_2^2}{\rho_1 - \rho_2}$, αποδείξτε ότι οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.
 - γ) Αν $\delta = \frac{\rho_1^2 - \rho_2^2}{\rho_1 + \rho_2}$, αποδείξτε ότι οι κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά.
10. Θεωρούμε δύο ομόκεντρους κύκλους με άνισες ακτίνες και ευθεία ε που τέμνει αυτούς κατά σειρά στα σημεία Γ, Α, Β, Δ. Αποδείξτε ότι : $AG = BD$ και $B\Gamma = A\Delta$.

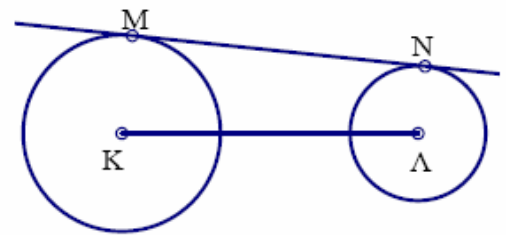


11. Δίνεται κύκλος (O, ρ) και η εφαπτομένη ευθεία ε στο σημείο A του κύκλου. Εκατέρωθεν του A πάνω στην ε παίρνουμε σημεία Δ και E ώστε $A\Delta = AE$. Τα τμήματα $O\Delta$ και OE τέμνουν τον κύκλο στα σημεία Γ και B αντίστοιχα. Ναδειχθεί ότι $\Delta\Gamma = BE$.

12. Οι κύκλοι του διπλανού σχήματος εφάπτονται εσωτερικά στο σημείο Γ . Τα τμήματα του σχήματος είναι εφάπτομενα σε σημεία των δύο κύκλων. Αν $AB = EH$, ναδειχθεί $B\Delta = EZ$.



13. Να δείξετε ότι το κοινό εξωτερικό εφαιπτόμενο τμήμα MN των δύο κύκλων του διπλανού σχήματος είναι μικρότερο της διακέντρου $ΚΛ$.



14. Δύο ίσοι κύκλοι με κέντρα K και Λ τέμνονται στα σημεία A και B . Από το μέσο O της AB φέρουμε τυχαία ευθεία ε που τέμνει τον κύκλο με κέντρο K στα Δ και E , και τον κύκλο με κέντρο Λ στα Z και H (το Z σημείο της ΔE και το E της ZH). Να αποδειχθεί ότι: $OE = OZ$.
15. Δύο κύκλοι (O, ρ) και (O, R) έχουν $\rho < R$. Από σημείο K εξωτερικό του κύκλου (O, R) φέρουμε κύκλο (K, R) , ο οποίος τέμνει τους δύο άλλους κύκλους στα σημεία A, B και Γ, Δ αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι $AB \parallel \Gamma\Delta$.
16. Δίνεται κύκλος (K, ρ) και σημείο του Λ . Κατασκευάζουμε κύκλο (Λ, ρ) .
- Να αποδειχθεί ότι οι κύκλοι τέμνονται.
 - Αν A το ένα σημείο τομής των δύο κύκλων και E, Z τα αντιδιαμετρικά του A στους κύκλους (K, ρ) και (Λ, ρ) αντίστοιχα, να βρεθεί το είδος του τριγώνου $A\Lambda K$ ως προς τις πλευρές του.
 - Να αποδειχθεί ότι $E\Lambda = KZ$.