

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ****ΕΝΟΤΗΤΑ : «Εκθετικές ανισώσεις - Εκθετικά Συστήματα - Εκθετική Συνάρτηση»****Εργασία 1^η:** Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{2}{3}\right)^{5x+16}$, β) $3^{x^2-7x+6} < 1$, γ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} < \left(\frac{1}{4}\right)^{x+\frac{5}{2}}$
δ) $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1} \leq 3$, ε) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-5x+2} \geq \left(\frac{5}{6}\right)^{10x+47}$, στ) $6^x + 6^{x+1} > 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$

Εργασία 2^η: Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 > 0$, β) $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 < 0$, γ) $2 \cdot e^{2x+1} + e^{x+1} > 0$,
δ) $e^{2x} - (e+1) \cdot e^x + e > 0$, για $x > 0$, ε) $\frac{e^{2x-1} - 1}{e^x + 2018} > 0$, στ) $\frac{4 - 2^x}{4 \cdot 2^x - 1} > 0$

Εργασία 3^η: Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^x > 7 \cdot 3^{x+1} + 60$, β) $e^2 \cdot \pi^x - e^x \cdot \pi^2 \leq 0$, γ) $5 \cdot 3^x - 2^x + 6^x - 5 \leq 0$
δ) $4 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + (5 - 2\sqrt{6})^x \geq 5$, ε) $27^x - 13 \cdot 9^x + 13 \cdot 3^{1+x} \leq 27$

Εργασία 4^η: Να λύσετε τα συστήματα :

α) $\begin{cases} 9^{x+1} = 3^{y+3} \\ 4^{x+y} = 8 \cdot 2^x \end{cases}$, β) $\begin{cases} 3^y - 2^x = 1 \\ 9^y - 4^x = 17 \end{cases}$, γ) $\begin{cases} 3 \cdot 5^x - 2^{y+1} = 59 \\ 5^{x+1} + 2^y = 133 \end{cases}$, δ) $\begin{cases} 9^{x-1} = 27 \cdot 3^{2y+3} \\ 2^{y-x} = 4^{2-3x} \end{cases}$,
ε) $\begin{cases} 2^x \cdot 4^y = 128 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$, στ) $\begin{cases} 3^x = 5y \\ 5^x = 3y \end{cases}$, ζ) $\begin{cases} 4^x \cdot 3^y = 16 \\ 4^y \cdot 3^x = 9 \end{cases}$, η) $\begin{cases} x^y = y^x \\ x = y^2 \end{cases}$

Εργασία 5^η: Έστω x, y θετικοί αριθμοί, με $x \neq 1$. Αν είναι $y = x^2$ και το y είναι λύση της εξίσωσης: $e^{2y^2-3y+1} = (2018)^0$, να βρείτε τους αριθμούς x, y .**Εργασία 6^η:** Να προσδιορισθεί ο $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η $f(x) = \left(\frac{1-2\alpha}{\alpha+3}\right)^x$

α) να ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$, β) να είναι εκθετική ,
γ) να είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$, δ) να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$



Εργασία 7^η: Να προσδιορισθεί ο $a \in \mathbb{R}$ ώστε η $g(x) = (2\alpha^2 - 3\alpha)^x$

- α) να ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$, β) να είναι εκθετική ,
γ) να είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$, δ) να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

Εργασία 8^η: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x$. Δείξτε ότι

- 1) για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ ισχύουν α) $f(x+y) = f(x)f(y)$, β) $f(x) = f(y)f(x-y)$
2) για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και για κάθε $n \in \mathbb{N}^*$ ισχύει: $[f(x)]^n = f(nx)$

Εργασία 9^η: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a^x$, $x \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$ με $a^{1940} < a^{1821}$.

α) Να προσδιορίσετε το είδος μονοτονίας της συνάρτησης f .

β) Να λύσετε την ανίσωση: $2^{x-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+5}$

Εργασία 10^η: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \cdot 2^x + \beta$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(2,13)$.

α) Να δείξετε ότι: $\alpha = 5$ και $\beta = -7$.

β) Να βρείτε το κοινό σημείο της C_f με τον άξονα $\gamma' \gamma$.

γ) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

δ) Να λύσετε την ανίσωση: $f(2^x - 31) < 3$.

Εργασία 11^η: Δίνεται η συνάρτηση: $g(x) = (1-2a)^x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Για ποιες τιμές του a ορίζεται στο $\mathbb{R}$ η συνάρτηση g και είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

β) Για $a = -1$ να λυθεί η εξίσωση: $g(\eta\mu^2 x) + g(\sigma\upsilon\nu^2 x) = 2\sqrt{3}$

Εργασία 12^η: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{a-1}{5}\right)^x$.

α) Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f ορίζεται στο $\mathbb{R}$

β) Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

γ) Αν $a = 11$, να λύσετε την εξίσωση: $f(x) + f(x+1) = 6$.