



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ενότητα : «Ακρότατα συναρτήσεων»

Εργασία 1^η : Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = x^2 - 6x + 10$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι η f γίνεται $f(x) = (x - 3)^2 + 1$

β) Να βρεθεί το ελάχιστο της f και για ποια τιμή του x η f παίρνει την ελάχιστη τιμή.

Εργασία 2^η : Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = -2x^2 + 4x - 13$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι η f γίνεται: $f(x) = -2(x - 1)^2 - 11$

β) Να βρεθεί το μέγιστο της f και για ποια τιμή του x η f παίρνει την μέγιστη τιμή.

Εργασία 3^η : Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι: $f(x) \leq \frac{1}{4}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

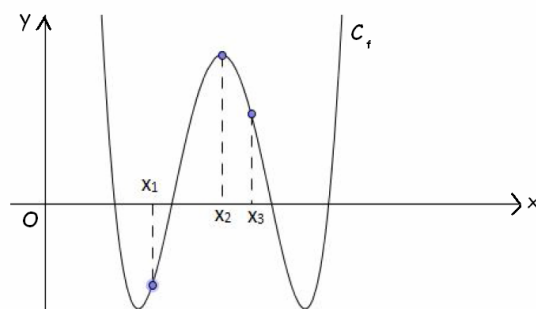
β) Είναι το $\frac{1}{4}$ η μέγιστη τιμή της συνάρτησης; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Εργασία 4^η : Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

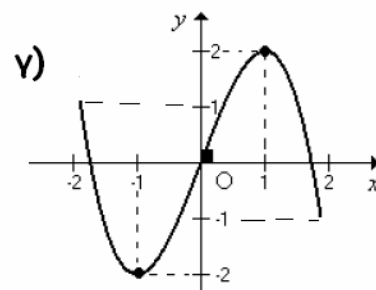
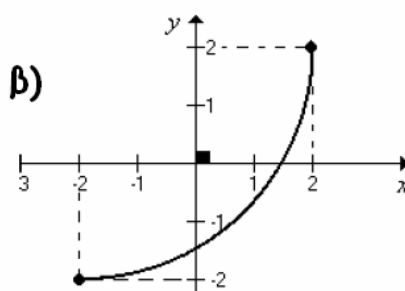
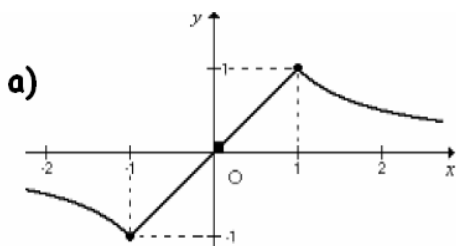
α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$

β) Είναι η συνάρτηση f γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Παρουσιάζει η f μέγιστο στο σημείο x_2 ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



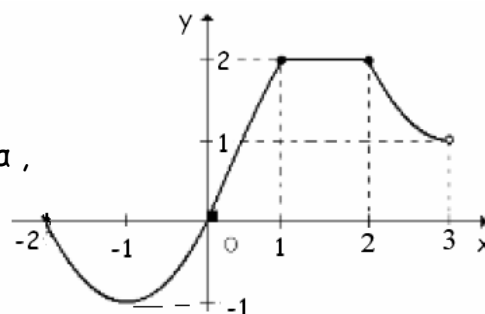
Εργασία 5^η : Να βρείτε τα ακρότατα και τις θέσεις των ακροτάτων των παρακάτω συναρτήσεων





Εργασία 6^η : Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
 β) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x)=0$.
 γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα ,
 γνησίως φθίνουσα και σταθερή .
 δ) Να βρείτε τα ακρότατα της f και τις τιμές του x που
 τα παρουσιάζει.



Εργασία 7^η : Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις έχουν μέγιστο ή ελάχιστο και να βρεθεί.

- α. $f(x) = 2x^2 - 3$ β. $f(x) = 1 - 5(x+1)^4$ γ. $f(x) = 3|x-1| + 2$ δ. $f(x) = 2x^6 + 5$
 ε. $f(x) = -5|x| + 13$ ζ. $f(x) = 2\sqrt[3]{x+4} - 8$ η. $f(x) = 1 - 7\sqrt{x+1}$ θ. $f(x) = 2|x+1| + 1$

Εργασία 8^η : Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
 β) Να αποδείξετε ότι η ελάχιστη τιμή της f είναι 1.

Εργασία 9^η : Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 1}{x}$, $x > 0$.

- α) Να δείξετε ότι η ελάχιστη τιμή της f είναι το 7 . Για ποια τιμή η f παίρνει την ελάχιστη αυτή τιμή;
 β) Να δείξετε ότι: $f\left(\frac{1}{1821}\right) + \frac{3}{7} \cdot f\left(\frac{1}{1940}\right) > 10$

Εργασία 10^η :

- α) Στο διπλανό σχήμα να εκφράσετε την απόσταση (AB) ως συνάρτηση του x .
 β) Να βρείτε την τιμή του x ώστε η απόσταση (AB) να γίνει ελάχιστη και να προσδιορίσετε τα σημεία A και B

