



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «Άρτια – Περιττή συνάρτηση »

1. Να εξετάσετε αν είναι άρτιες ή περιττές οι συναρτήσεις :

α. $f(x) = 2x^5 + 3x^3 - 2x$

β. $f(x) = 2009|x| - 2$

γ. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

δ. $f(x) = \frac{x^2}{1 + |x - 1|}$

ε. $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5$

στ. $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$

ζ. $f(x) = |x - 1| + |x + 1|$

η. $f(x) = 5x^6 - 2x^2 + 3$

θ. $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + x$

ι. $f(x) = x^3 - 3x|x| + 2x$

κ. $f(x) = |3x - 2| + |3x + 2|$

2. Να εξετάσετε αν είναι άρτιες ή περιττές οι συναρτήσεις :

α. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

β. $f(x) = ax^4 + bx^2 + \gamma$

γ. $f(x) = \frac{x^3}{|x| - 1}$

δ. $f(x) = \frac{3|x| + 2}{x^3 - x}$

ε. $f(x) = \frac{x|x|}{1 + x^2}$

στ. $f(x) = \frac{2x - x^3}{1 - x^2}$

ζ. $f(x) = \frac{|x|}{1 + x^2}$

η. $f(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^4}$

θ. $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x}$

ι. $f(x) = x\sqrt{1 + x^2}$

κ. $f(x) = \frac{x^3 - x|x|}{x^2 + 1}$

3. Να εξετάσετε αν οι γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων έχουν άξονα συμμετρίας τον $y'y$ ή κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων $O(0, 0)$:

α. $f(x) = \frac{|x - 2| - |x + 2|}{|x - 1| + |x + 1|}$

β. $f : (-2, 4) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^4 - 3x^2$

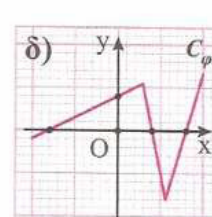
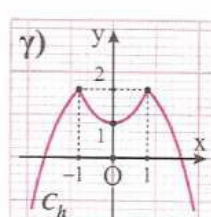
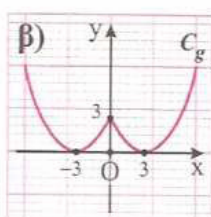
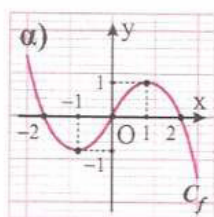
γ. $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^3 + 1$

δ. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ε. $f(x) = \frac{-x^3 + x}{1 + |x|}$

στ. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 2x + 1}$

4. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω καμπύλες είναι γραφικές παραστάσεις άρτιας και ποιες περιττής συνάρτησης .



5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{|x| + 1}{x - \frac{1}{x}}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να δείξετε ότι η f είναι περιττή .



6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3|x|-2}{\frac{1}{x}-x}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να δείξετε ότι η f είναι περιττή.

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}+3}{x}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να δείξετε ότι η C_f έχει κέντρο συμμετρίας το $O(0,0)$.

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}+1}{|x|-3}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να δείξετε ότι η f είναι άρτια.

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4x^2-1}+5|x|$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$.

10. Αν η συνάρτηση f είναι άρτια και τα σημεία $A(-1,-2)$, $B(1,a)$ ανήκουν στην γραφική της παράσταση, να βρείτε το a .

11. Αν η συνάρτηση f είναι περιττή και τα σημεία $A(3,-2)$, $B(-3,\lambda)$ ανήκουν στην γραφική της παράσταση, να βρείτε το λ .

12. Αν η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι περιττή και η C_f διέρχεται από το σημείο $A(-2,3)$ να δείξετε ότι $f(0)-f(2)=3$.

13. Αν η συνάρτηση $f: (2\lambda, 3\lambda+1) \rightarrow \mathbb{R}$ είναι περιττή, να βρείτε το λ .

14. Αν η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι περιττή. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = |f(x)| - 2f(x^2) - x^2 + 1$ είναι άρτια.

15. Αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή, με $f(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι η συνάρτηση g με $g(x) = \frac{|f(x)|}{f(|x|)}$ είναι άρτια.

16. Αν η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι περιττή να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = f(|x|) \cdot |f(x)|$ είναι άρτια.

17. Έστω η περιττή συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = f^3(x) - 2x|f(x^3)|$, $x \in \mathbb{R}$ είναι περιττή.