



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

Εργασία 1^η: Δίνονται τα πολυώνυμα $\Pi(x) = x^3 - 2x$ και $\Sigma(x) = x^2 - 3x - 1$. Να βρεθούν:

α) $\Pi(x) + \Sigma(x)$ β) $\Pi(x) - \Sigma(x)$ γ) $\Pi(x) \cdot \Sigma(x)$

Εργασία 2^η: Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία το πολυώνυμο είναι μηδενικό
 $P(x) = (\lambda + 2)x^3 - (\lambda^2 + \lambda - 2)x + \lambda^2 - 4$

Εργασία 3^η: Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες τα πολυώνυμα
 $Q(x) = \lambda^2 x^3 + (\lambda - 2)x^2 + 3$ και $P(x) = (5\lambda - 6)x^3 + (\lambda^2 - 4)x + \lambda + 1$ είναι ίσα.

Εργασία 4^η: Έστω το πολυώνυμο: $P(x) = (\lambda^2 - \lambda)x - \lambda^3 + 1$. Να βρείτε το λ ώστε το $P(x)$ να είναι:

α) σταθερό πολυώνυμο β) μηδενικό πολυώνυμο γ) μηδενικού βαθμού

Εργασία 5^η: Αν $P(x) = x^2 + 3x + a^2 - 1$, να βρεθούν οι τιμές του a για τις οποίες ισχύει $P(-1) = 1$.

Εργασία 6^η: Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = a^2 x^4 + 2ax^3 + (a - 1)x + 2$ δεν έχει ρίζα το -1 για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

Εργασία 7^η: Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το -2 να δείξετε ότι το πολυώνυμο
 $Q(x) = 2P(3x + 1) + (x^2 + x)P(x + 1)$ έχει ρίζα το -1 .

Εργασία 8^η: Αν για το πολυώνυμο $P(x)$ είναι $P(-1) = 2$, να δείξετε ότι το πολυώνυμο
 $Q(x) = P(x^2 - 3x - 5) + 3P(x + 4) + 3xP(1 - 2x)$ έχει ρίζα το -1 .

Εργασία 9^η: Να βρείτε πολυώνυμο $P(x)$, 2^{ου} βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $0, -2$ και να ισχύει $P(-1) = 3$.

Εργασία 10^η: Να βρείτε πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει: $[P(x)]^2 + 2P(x) = 4x^2 - 1$.

Εργασία 11^η: Να βρεθούν τα a, β ώστε το 2 να είναι κοινή ρίζα των
 $R(x) = x^2 + (a - 1)x - (\beta + 5)$ και $Q(x) = x^3 + \beta x^2 + (a - \beta)x - 4$.

Εργασία 12^η: Να βρεθεί το πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού $P(x)$ τέτοιο ώστε $P(x) - P(x - 1) = 3x^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Εργασία 13^η: Να δειχθεί ότι το πολυώνυμο $P(x) = (\kappa - 2)x^2 + (2\lambda + 6)x + \kappa + \lambda - 3$, είναι διάφορο του μηδενικού.



Εργασία 14^η: Να βρεθούν οι τιμές του $k \in \mathbb{R}$, ώστε η τιμή του πολυωνύμου :
 $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + k^2 - 5$ για $x = -1$ να είναι 17 .

Εργασία 15^η: Ο σταθερός όρος ενός πολυωνύμου $P(x)$ είναι 2, ενώ το άθροισμα των συντελεστών του είναι 3. Ναδειχθεί ότι το πολυώνυμο $Q(x) = P(P(x) - 3) - 2$, έχει ως ρίζα τον αριθμό 1.

Εργασία 16^η: Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, αν το πολυώνυμο : $P(x) = x^3 + 3x^2 + \alpha \cdot x + \beta$ έχει για ρίζες το -5 και το 3 .

Εργασία 17^η: Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, αν το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 8$ έχει ρίζα το 3 και ισχύει η σχέση $P(-2) = 24$.

Εργασία 18^η: Να βρεθεί το πολυώνυμο $f(x)$ για το οποίο ισχύει η σχέση :
 $(4x + 1) \cdot f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 11x - 3$.

Εργασία 19^η: Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$ δευτέρου βαθμού που επαληθεύει την ισότητα :
 $P(P(x)) = x^2 \cdot P(x) - x \cdot P(x) + 1$

Εργασία 20^η: Να βρείτε τον αριθμό λ ώστε το πολυώνυμο :
 $P(x) = [x \cdot \eta\mu\lambda + (2x - 1) \cdot \sigma\upsilon\nu\lambda]^4 + 2[x^3 \eta\mu^2\lambda - (x - 2)^7 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\lambda]^2 - 6$,
 να έχει ρίζα τον αριθμό 1 .

Εργασία 21^η: Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς α και β για τους οποίους τα πολυώνυμα :
 $P(x) = 2\alpha \cdot x^3 - (2\alpha - \beta) \cdot x^2 + (3\alpha - 2\beta) \cdot x - 5$ και
 $Q(x) = \alpha \cdot x^4 + (\beta - 11) \cdot x^3 + (\alpha + \beta + 7) \cdot x^2 - (\beta^2 + 4\alpha) \cdot x + 14$, έχουν κοινή ρίζα τον αριθμό 1

Εργασία 22^η: Θεωρούμε δύο πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ με $Q(x) = P(P(x))$.
 Αν ρ είναι μία ρίζα του πολυωνύμου $F(x) = P(x) - x$, να δείξετε ότι το ρ είναι ρίζα και του πολυωνύμου $G(x) = Q(x) - x$.