



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ»

Εργασία 1^η: Να λυθούν οι πολυωνυμικές εξισώσεις :

α. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$	ζ. $x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6 = 0$
β. $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4 = 0$	η. $2x^7 - 2x^5 + 16x^4 - 16x^2 = 0$
γ. $6x^3 - 13x^2 + x + 2 = 0$	θ. $x^8 - x^5 + x^3 - 1 = 0$
δ. $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$	ι. $6x^3 + 19x^2 + x - 6 = 0$
ε. $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$	κ. $4x^3 - 8x^2 - x + 2 = 0$
ς. $x^7 + x^4 - x^3 - 1 = 0$	λ. $x^6 - x^5 - 6x^4 - x^2 + x + 6 = 0$

Εργασία 2^η: Να βρεθούν οι ακέραιες ρίζες των παρακάτω πολυωνυμικών εξισώσεων:

α. $x^3 - 3x^2 + x + 2 = 0$	δ. $x^4 + x^3 - 10x^2 + 8x = 0$
β. $x^3 + 2x^2 + 7x + 6 = 0$	ε. $2x^5 + x^4 - 8x - 4 = 0$
γ. $x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 2 = 0$	ς. $x^4 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$

Εργασία 3^η: Να δείξετε ότι οι παρακάτω πολυωνυμικές εξισώσεις δεν έχουν ακέραια ρίζα.

α. $x^3 + 2x - 2 = 0$	δ. $6x^4 - x^3 + 4x^2 - x - 2 = 0$
β. $x^5 + x^4 + x^2 + x + 2 = 0$	ε. $4x^3 + 6x^2 - 2x - 3 = 0$
γ. $x^4 - x - 1 = 0$	ς. $x^{2v+1} - x^{2v} - x^{v+1} - x^v + 1 = 0, v \in \mathbb{N}^*$

Εργασία 4^η: Αν η εξίσωση: $x^4 - 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 12 = 0$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έχει ρίζες -1 και 2 , να βρεθούν :

- 1) Οι τιμές των α και β 2) Και στην συνέχεια οι υπόλοιπες ρίζες της.

Εργασία 5^η: Αν η εξίσωση : $x^5 - x^4 + 2\alpha x^2 + 4\beta x = 0$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, έχει διπλή ρίζα το -2 , να βρεθούν :

- i. Οι τιμές των α και β
ii. Και στην συνέχεια οι υπόλοιπες ρίζες της

Εργασία 6^η: Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ έχουν κοινή ρίζα τα πολυώνυμα:
 $P(x) = 5x^3 - 2\lambda x + 1$ και $Q(x) = x^2 - \lambda x + 2$

Εργασία 7^η: Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2$. Να προσδιοριστεί ο ρ , ώστε το $x - \rho$ να είναι παράγοντας του $P(x)$.

Εργασία 8^η: Δίνεται το πολυώνυμο : $P(x) = x^5 + \alpha x^4 + \beta x^2 - x + 6$

- α) Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε να έχει παράγοντες το $x - 1$ και το $x + 2$.
β) Για τις παραπάνω τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$



Εργασία 9^η: Να λυθούν οι ανισώσεις:

- α) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 < 0$ β) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 \leq 0$ γ) $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ δ) $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 \geq 0$
 ε) $3x^4 - 4x^3 + 1 \geq 0$ στ) $2x^3 - 11x^2 + 12x + 9 > 0$ ζ) $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 10x - 15 \geq 0$
 η) $3x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x - 2 \leq 0$ θ) $(x+2)^3 \leq 8x^2 + 16x$ ι) $x^4 + 2x^3 \geq 7x^2 + 20x + 12$
 κ) $x^5 - 5x^3 + 4x > 0$ λ) $x^4(3x-4) \geq 10x^2(2x-1) + 6 - 17x$

Εργασία 10^η: Να λυθούν οι ανισώσεις:

- 1) $(x-2)(x^2+2x-3) > 0$ 2) $(x-2)(x^2-4x+3) \leq 0$ 3) $(x^2+3x-4)(x^2-3x+2) < 0$
 4) $(x-2)(x^2-4x+3) \leq 0$ 5) $(x^2+3x-4)(x^2-3x+2) < 0$ 6) $(x^2-4)(-x^2+3x+10) \geq 0$
 7) $x(x^2-x-6)(x^2-x+2) < 0$ 8) $(-x^2+8x-12)(x^2+x-20)(4-x) \geq 0$

Εργασία 11^η: Να λυθούν οι ανισώσεις:

- α. $(4x^4 + 3x^2 - 1) \cdot (x^2 - 2x)^2 \leq 0$ β. $(x-3)^5 \cdot (1-x^2) \cdot (x^2 - 4x + 3) \geq 0$
 γ. $(2x-3)^4 \cdot (x^2 - 5x + 6)^3 \cdot (4x^2 - 9) \leq 0$ δ) $(x^4 - 3x^2)^2 < (x^2 + 1)^2$ ε) $(x^4 + 11x^3)^3 < (3x^3 + 3x^2 + 6)^3$

Εργασία 12^η: Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 18x + \beta - 1$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, το οποίο έχει παράγοντα το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 + 2x + 1$.

- α) Να βρεθούν οι τιμές των α και β . β) Να βρεθούν όλες οι ρίζες του $P(x)$.
 γ) Να γίνει γινόμενο το πολυώνυμο $P(x)$.
 δ) Να βρεθούν τα διαστήματα, στα οποία η πολυωνυμική συνάρτηση $P(x)$ έχει την γραφική της παράσταση κάτω από τον άξονα $x'x$.

Εργασία 13^η: Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$, $x \in \mathbb{R}$

- α) Να αποδείξετε ότι το $x+1$ είναι παράγοντας του $f(x)$ και να βρείτε το πηλίκο $\pi(x)$, της διαίρεσης του $f(x)$ με το $x+1$.
 β) Να αποδείξετε ότι το $x-2$ είναι παράγοντας του $\pi(x)$ και να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του $\pi(x)$ με το $x-2$.
 γ) Να βρείτε τα διαστήματα, στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Εργασία 14^η: Να λυθούν οι ανισώσεις:

- 1) $\frac{x+2}{x-2} > 0$ 2) $\frac{x-3}{x+4} \leq 0$ 3) $\frac{2x-3}{x^2+1} < 0$ 4) $\frac{x^2-4}{x+5} \geq 0$ 5) $\frac{x^2-x}{2-x} \leq 0$
 6) $\frac{x^3-9x}{x+3} < 0$ 7) $\frac{x^2-2x-3}{x+2} > 0$ 8) $\frac{2-x-x^2}{x^2-4} \geq 0$ 9) $\frac{x^2-6x+8}{-x^2+2x-3} < 0$ 10) $\frac{x^2-3x-10}{(2-x)(x^2-1)} < 0$
 11) $\frac{(1-x)(x^2+x+2)}{x^2+4x+3} \geq 0$ 12) $\frac{x^3-6x^2+8x}{x^3-4x} \leq 0$ 13) $\frac{(5x^2+3x+2)(x-3)^2}{x^2-3x-4} \leq 0$